



Anais da VII SEMATAVOCs 2020

ORGANIZADORES

CICEFRAN SOUZA DE CARVALHO E
JOSÉ AUGUSTO PEREIRA NOGUEIRA

FICHA CATALOGRÁFICA

Universidade Regional do Cariri / Unidade Descentralizada de Campos Sales / Curso de Licenciatura Plena em Matemática / VII Semana de Matemática da URCA / UD Campos Sales, 2020.

CARVALHO, C. S. e NOGUEIRA, J. A. P. (orgs.). Anais da VII Semana de Matemática da URCA / UD Campos Sales – ISSN 2448-3230. Campos Sales (CE), 2020

SUMÁRIO

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, A INTERDISCIPLINARIDADE E O LÚDICO PEDAGÓGICO NA APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA	05
A IMPORTÂNCIA DO TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO	07
A REGRA DE CRAMER	12
AS ATUAIS CONDIÇÕES DO USO DE JOGOS NO ENSINO INCLUSIVO DE MATEMÁTICA	17
AS ORIGENS DA REGRA DE L'HOPITAL	22
CÓDIGO ISBN: uma aplicação com congruências	27
CONSTRUÇÃO DE RECURSOS DIDÁTICOS A PARTIR DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS PARA O ENSINO DE VOLUME DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO	32
EDUCANDO AS DIFERENÇAS COM LUDICIDADE PARA INTEGRAR SURDOS E OUVINTES	37
ENSINO HÍBRIDO E AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO BRASIL: Educação contemporânea e as mudanças no ensino brasileiro	38
ENSINO REMOTO MEDIADO PELA PLATAFORMA PADLET	44
ESTÁGIO SUPERVISIONADO REMOTO SÍNCRONO: adaptações ao contexto da pandemia do COVID-19	46
EXISTÊNCIA E UNICIDADE DE SOLUÇÕES DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS DE 1ª ORDEM COM n VARIÁVEIS	51
ESTUDOS E TÉCNICAS COMPUTACIONAIS PARA AVALIAR A EFICIÊNCIA DO SOFTWARE PALEOIMAGE	56
FERRAMENTAS DIGITAIS COMO RECURSO METODOLÓGICO NO ENSINO DE MATEMÁTICA DO FUNDAMENTAL II	61
INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL NA EDUCAÇÃO: possibilidades para aprimorar o ensino e a aprendizagem	62
JOGO DA MEMÓRIA: uma abordagem matemática	68
MATEMÁTICA E INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL CONTRA A COVID-19	72
MATEMÁTICA LÚDICA: AS CONTRIBUIÇÕES DE JOGOS MATEMÁTICOS EM SALA DE AULA	77
NORMAS DA ABNT PARA CONSTRUÇÃO DE TRABALHOS ACADÊMICOS	82
O PRINCÍPIO DA INDUÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO BÁSICO	83
O TEOREMA DO VALOR INTERMEDIÁRIO E APLICAÇÕES	88
O USO DO GOOGLE FORMS NA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES GAMIFICADAS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA	93

OS BENEFÍCIOS DO XADREZ COMO FERRAMENTA PEDAGÓGICA NO PROCESSO DE ENSINO - APRENDIZAGEM EM MEIO A PANDEMIA: O XADREZ NO PROCESSO DE FORMAÇÃO	95
REFLEXÕES SOBRE A MONITORIA DE ENSINO NA DISCIPLINA DE INTRODUÇÃO À CIÊNCIA DOS COMPUTADORES	100
SABERES DOCENTES E METODOLOGIAS ATIVAS: Uma reflexão necessária	105
SABERES DOCENTES E O ENSINO DE LIBRAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: PROPOSTAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA AO ALUNO SURDO	110
SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O USO DA ENGENHARIA DIDÁTICA ARTICULADA À TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO	112
TÉCNICAS ELEMENTARES DE DEMONSTRAÇÃO MATEMÁTICA	117
UMA FÓRMULA PARA QUADRADOS MÁGICOS DE ORDEM ÍMPAR	118
XADREZ PEDAGÓGICO COMO FORMA DE MELHORAR AS COMPETÊNCIAS E HABILIDADES NA MATEMÁTICA E EM OUTRAS ÁREAS DO CONHECIMENTO	119



A História da Matemática, a Interdisciplinaridade e o Lúdico Pedagógico na Aprendizagem em Matemática

Denise Aparecida Enes Ribeiro¹

Antonio Marcos Vieira Dias²₃

RESUMO:

A proposta deste Mini-Curso visa a divulgar a pesquisa de iniciação científica: “A História da Matemática, a Interdisciplinaridade e o Lúdico Pedagógico na Aprendizagem de Matemática”. A pesquisa está ainda em andamento. Buscamos discutir a importância da interdisciplinaridade como forma de superar a fragmentação dos conhecimentos, e o distanciamento da matemática escolar da vida dos alunos. Usamos para isto a História da Matemática como ponto de partida de atividades pedagógicas com a utilização de jogos, que buscam integrar a matemática interdisciplinarmente com a língua materna, história, e conteúdos transversais, como ética, diversidade cultural e meio ambiente. Nossa preocupação foi a de nos debruçarmos na perspectiva de ensinar a matemática do ponto de vista de sua historicidade e que a História da Matemática tem se firmado como uma tendência metodológica em Educação Matemática. Nossos objetivos são analisar como a utilização de atividades de aprendizagem de natureza interdisciplinar e lúdico pedagógicas, a partir da História da Matemática, pode contribuir para a melhoria da aprendizagem em matemática. Ainda temos como objetivos específicos verificar a aplicação de jogos relacionados à história da matemática, suas lendas e contos e identificar a interdisciplinaridade a partir da história, com abordagem lúdico-pedagógica, suas possibilidades e limitações na prática docente. Inicialmente será apresentada a lenda e a história de cada jogo, numa atividade de caráter interdisciplinar. Inicialmente será apresentada a lenda e a história de cada jogo, numa atividade de caráter interdisciplinar; o segundo passo será ensinar o jogo propriamente dito, suas regras e permitir aos alunos seu manuseio e experimentação. Logo a seguir serão apresentadas as implicações matemáticas de cada jogo e algumas atividades de resolução de problemas a partir do jogo. Nesse Minicurso iremos trabalhar com os jogos do Tangran e Torre de Hanói. Nossa metodologia será de cunho construtivista e sócio interacionista. Esperamos que esse mini curso possa contribuir para a adesão dos futuros docentes e demais participantes à uma nova mentalidade em Educação Matemática e que adotem novas metodologias como a História da Matemática, visando a transformação da sala de aula e a melhoria do processo de ensino aprendizagem de matemática. Devido à Pandemia, o mini curso será ministrado de forma online.

¹ URCA, denise.ribeiro@urca.br

² URCA; marcosvieira.d17@gmail.com



Palavras-chave: história da matemática, lúdico pedagógico e interdisciplinaridade.

Referências

BARBOSA, J.L.C. **A Participação da História da Matemática em Livros Didáticos**. VII CIBEM. Montevideu, Uruguai, 16 a 20 de setembro de 2013.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 9 ed. Campinas_ SP. Papirus, 2002.

FAZENDA, Ivani C. Arantes. **O que é interdisciplinaridade?** São Paulo, Cortez. 2008.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**. Paz e Terra, 2000. 15 ed.

MACHADO, N. J. **Matemática e Língua Materna, análise de uma impregnação mútua**. 6 ed. São Paulo, Cortez, 2011.

MENDES, I.A; CHAQUIAM. M. **História nas Aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. Belém: SBHMAT, 2016.

MIGUEL, A. [et, al]- **História da Matemática em Atividades Didáticas** - 2ª ed. Revista. São Paulo. Editora Livraria da Física, 2009.



A IMPORTÂNCIA DO TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO

Antonia Nara de Alencar

Universidade Regional do Cariri, e-mail: antonia.nara@urca.br

José Augusto Pereira Nogueira

Universidade Regional do Cariri, e-mail: augusto.nogueira@urca.br

RESUMO: O uso da matemática é datado antes mesmo de os seres humanos desenvolverem uma linguagem moderna. Nas civilizações antigas, os humanos associavam as ovelhas do seu rebanho a pedras e caso sobrassem pedras estariam faltando ovelhas, e a partir daí surgem os primeiros usos do cálculo. Com o passar do tempo e as evoluções ocorridas em todos os aspectos da história, houve o aprimoramento nos estudos humanos e o Cálculo passou a ser de grande importância para o avanço da Matemática. O Cálculo pode ser observado em dois principais conceitos: o Cálculo Diferencial (estudo das derivadas) e o Cálculo Integral (estudo das integrais). Ambos com a sua importância, mas que a princípio não se encontrava uma conexão entre eles, até que surge o Teorema Fundamental do Cálculo que tem por objetivo demonstrar a conexão entre os dois campos do Cálculo e comprovar que a derivada e a integral são processos inversos.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial. Cálculo Integral. Teorema Fundamental do Cálculo.

1. Introdução

O uso do cálculo surgiu junto com as primeiras civilizações, os pastores utilizavam métodos de associação para contagem do rebanho e posteriormente passavam esses conhecimentos para os mais novos. O método se dava por associar uma pedra a uma ovelha, se sobrassem pedras estariam faltando ovelhas, surgindo daí o termo Cálculo. Etimologicamente, vem do latim calculus, que significa “contagem” ou “estimativa”.

A palavra cálculo foi uma expressão adotada pelos matemáticos para referir-se a análise das variações que ocorrem em fenômenos naturais como a determinação da reta tangente a uma curva em um dado ponto, determinação da distância, área e volume entre várias outras utilizações.

O Cálculo é dividido em duas partes: o Cálculo Diferencial que refere-se ao estudo das derivadas (problema das Tangentes) e o Cálculo Integral, relacionado ao estudo das integrais (problema das Áreas). Apesar de parecerem completamente distintos, o Teorema Fundamental do Cálculo, um dos resultados mais importantes da Matemática, mostra como estes conceitos estão intimamente conectados.

2. Objetivos

Este trabalho tem por objetivo apresentar os conceitos iniciais do Cálculo Diferencial e do Cálculo e Integral e mostrar a importância do Teorema Fundamental do Cálculo para a correlação entre eles.

3. Metodologia

O trabalho é de cunho bibliográfico, sendo desenvolvido a partir de livros de Cálculo Diferencial e Integral e sites da internet, que proporcionaram uma melhor compreensão sobre os termos ligados ao Cálculo e ao Teorema Fundamental.

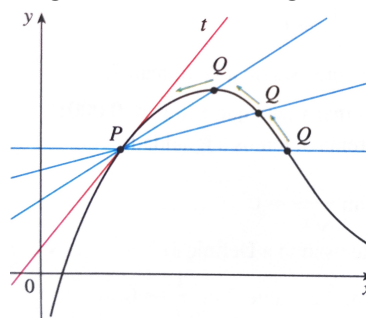
4. Resultados

Cálculo Diferencial (o Problema das Tangentes)

O estudo das Derivadas parte do princípio de encontrar a inclinação da reta tangente ao gráfico de uma função em um determinado ponto $P(a, f(a))$.

Considerando a figura 1, vemos que a inclinação da reta que passa pelos pontos $P(a, f(a))$ e $Q(x, f(x))$ é dada por $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$, essa reta é chamada *reta secante*.

Figura 1: Reta Tangente.



Fonte: (Stewart, 2016 p. 122).

Fazendo x se aproximar de a , vemos que o ponto Q se desloca sobre o gráfico de f em direção ao ponto P e a reta secante tenderá a uma reta limite (t), chamada *reta tangente*. Simbolicamente temos que a inclinação (m) da tangente em P é

$$m = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}.$$

Tomando $h = x - a$, temos $x = a + h$ e a inclinação da reta tangente pode ser determinada por $m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$. Esta inclinação é conhecida como a derivada de f no ponto P .

De modo geral, definimos a *Derivada* de uma função $f(x)$ por

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}.$$

desde que esse limite exista.

Façamos um exemplo para entendermos o processo de derivação. Consideremos a função $f(x) = x^2$. Assim, $f(x+h) = (x+h)^2 = x^2 + 2xh + h^2$. Logo,

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x+h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2x+h = 2x.$$

Portanto, se $f(x) = x^2$, então $f'(x) = 2x$.

A notação para a derivada de uma função $y = f(x)$ pode ser de qualquer uma das formas: $f'(x)$, y' ou $\frac{dy}{dx}$.

Primitiva (ou Antiderivada): uma função F é denominada primitiva (ou antiderivada) de f em um intervalo I se $F'(x) = f(x)$ para todo $x \in I$.

Por exemplo se $f(x) = x^2$, então $F(x) = \frac{x^3}{3}$ é uma primitiva de f , pois $F'(x) = \frac{3x^2}{3} = x^2$. No entanto, a função $G(x) = \frac{x^3}{3} + 5$ também é uma primitiva de f , uma vez que $G'(x) = x^2$. Isto se dá em decorrência do seguinte resultado.

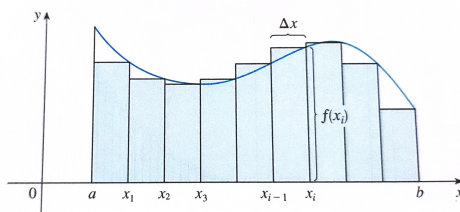
Teorema 1: se F é uma primitiva de f em um intervalo I , então a primitiva mais geral de f em I é $F(x) + C$, onde C é uma constante.

Denotamos por $\int f(x)dx = F(x) + C$, C constante, a família de primitivas de $f(x)$, a qual é chamada *integral indefinida de f* . O processo para determinar a primitiva de uma função é chamado *integração*.

Cálculo Integral (o Problema das Áreas)

O cálculo da área da região compreendida acima do eixo X e sob o gráfico de uma função $f(x)$ em um intervalo fechado $[a, b]$ pode ser obtido através da divisão desta região em n retângulos com a mesma medida da base (Δx). Conforme a figura 2.

Figura 2: Área sob $f(x)$.



Fonte: (Stewart, 2016 p. 326).

Tomando c_i no intervalo $[x_{i-1}, x_i]$, temos que a área de cada retângulo R_i é dada por $f(c_i) \cdot \Delta x_i$. Dessa forma, a área total será dada por

$$f(c_1) \cdot \Delta x_1 + f(c_2) \cdot \Delta x_2 + \cdots + f(c_n) \cdot \Delta x_n = \sum_{i=1}^n f(c_i) \cdot \Delta x_i.$$

Fazendo $n \rightarrow \infty$ teremos a área da região desejada, isto é,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(c_i) \cdot \Delta x_i = \int_a^b f(x)dx.$$

Nos referimos a $\int_a^b f(x)dx$ como a *integral definida de f* em $[a, b]$. Se $\int_a^b f(x)dx$ existe, dizemos que f é integrável em $[a, b]$.

A seguir temos algumas propriedades importantes das integrais.

(i) $\int_a^a f(x)dx = 0$.

(ii) Se $f(x)$ é integrável em $[a, b]$, então $\int_a^b cdx = c(b - a)$, com c constante.

(iii) Se $c \in (a, b)$ e f é integrável em $[a, c]$ e em $[c, b]$, então

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$$

Veremos agora como podemos relacionar derivada e integral. Mas antes de chegarmos no nosso principal teorema, vejamos dois resultados importantes para o desenvolvimento do mesmo.

Teorema do Valor Extremo (TVE): Se f for uma função contínua em um intervalo $[a, b]$, então existem $x_1, x_2 \in [a, b]$ tais que $f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2), \forall x \in [a, b]$.

Teorema do Confronto (TC): Sejam f, g e h funções e considere $r \in \mathbb{R}, r > 0$ tal que $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$, para $0 < |x - a| < r$. Se $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow a} h(x)$, então $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$.

Teorema Fundamental do Cálculo (TFC)

Seja f uma função contínua em um intervalo $[a, b]$.

1. Se a função g é definida em $[a, b]$ por $g(x) = \int_a^x f(t)dt$, então $g'(x) = f(x), \forall x \in [a, b]$.
2. Se F é uma primitiva de f em $[a, b]$, então $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Demonstração:

1. Sejam $x, x + h \in (a, b)$, então

$$g(x+h) - g(x) = \int_a^{x+h} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt = \int_a^x f(t)dt + \int_x^{x+h} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt = \int_x^{x+h} f(t)dt.$$

Para $h \neq 0$, temos $\frac{g(x+h) - g(x)}{h} = \frac{1}{h} \int_x^{x+h} f(t)dt$. Suponha $h > 0$ (o caso $h < 0$ é análogo). Como f é contínua em $[x, x+h]$, pelo TVE, existem $x_1, x_2 \in [x, x+h]$ tais que $f(x_1) \leq f(t) \leq f(x_2), \forall t \in [x, x+h]$. Assim,

$$\begin{aligned} \int_x^{x+h} f(x_1)dt &\leq \int_x^{x+h} f(t)dt \leq \int_x^{x+h} f(x_2)dt \Rightarrow f(x_1)(x+h-x) \leq \int_x^{x+h} f(t)dt \leq f(x_2)(x+h-x) \\ \Rightarrow f(x_1)h &\leq \int_x^{x+h} f(t)dt \leq f(x_2)h \Rightarrow f(x_1) \leq \frac{1}{h} \int_x^{x+h} f(t)dt \leq f(x_2) \\ \Rightarrow f(x_1) &\leq \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \leq f(x_2) \end{aligned}$$

. Observe que quando $h \rightarrow 0$, $x_1 \rightarrow x$ e $x_2 \rightarrow x$, consequentemente $\lim_{h \rightarrow 0} f(x_1) = \lim_{x_1 \rightarrow x} f(x_1) = f(x)$ e $\lim_{h \rightarrow 0} f(x_2) = \lim_{x_2 \rightarrow x} f(x_2) = f(x)$. Dessa forma, pelo TC, segue que

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = f(x) \Rightarrow g'(x) = f(x).$$

2. Seja $g(x) = \int_a^x f(t)dt$. Por (1), $g'(x) = f(x)$, ou seja, g é uma primitiva de f . Como F também é uma primitiva de f então $F(x) = g(x) + C$, com C constante. Fazendo $x = a$, temos

$$F(a) = g(a) + C \Rightarrow F(a) = \int_a^a f(t)dt + C \Rightarrow F(a) = 0 + C \Rightarrow F(a) = C.$$

Tomando $x = b$, obtemos

$$\begin{aligned} F(b) = g(b) + C &\Rightarrow F(b) = \int_a^b f(t)dt + C \Rightarrow F(b) = \int_a^b f(t)dt + F(a) \\ &\Rightarrow \int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a). \end{aligned}$$

Indicamos a diferença $F(b) - F(a)$ por $[F(x)]_a^b$.

Observe que da parte 1 do TFC segue que $\frac{dy}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x)$ e da parte 2, como $F'(x) = f(x)$ (pois F é uma primitiva de f), então $\int_a^b F'(x)dx = F(b) - F(a)$. Dessa forma, temos que os processos de derivação e integração são inversos.

5. Considerações Finais

Diante do exposto no texto, observamos como os conteúdos do Cálculo Diferencial e do Cálculo Integral são necessários para o desenvolvimento da Matemática. O primeiro se refere ao estudo das retas tangentes e o segundo está relacionado ao estudo das áreas.

A priori, não se podia imaginar que estes campos teriam alguma relação entre si, mas o Teorema Fundamental do Cálculo nos mostra que há uma conexão muito forte entre esses dois conceitos, sendo na verdade processos inversos.

Referências

- [1] DICIONÁRIO ETIMOLÓGICO **Cálculo**. Disponível em: <https://www.dicionarioetimologico.com.br/calculo/>. Acesso em: 01 nov. 2020.
- [2] GUIDORIZZI, H. L., **Um curso de cálculo: volume 1**, 6ª ed. - Rio de Janeiro, RJ, LTC, 2018.
- [3] SIMMONS, G. F. **Cálculo com Geometria Analítica volume 1**. São Paulo: Pearson, 1996.
- [4] STEWART, J., **Cálculo volume 1**, 8ª ed., São Paulo, Cengage Learning, 2016.



A REGRA DE CRAMER

Núbia Matias do Nascimento

Universidade Regional do Cariri, e-mail: matias.nubia@gmail.com

Lucas Machado Fernandes

Universidade Federal da Paraíba, e-mail: lucasmachadofernandes2@gmail.com

Andrea Machado Fernandes Aquino

Universidade Federal do Cariri, e-mail: andreamachado.lp@gmail.com

Fernanda dos Santos Rosendo

Universidade Regional do Cariri, e-mail: fsantrosendo@gmail.com

RESUMO: Uma tarefa recorrente na área das exatas é buscar responder problemas através de valores desconhecidos. Nestas condições, a Teoria dos Sistemas Lineares, quando se diz respeito à álgebra linear, possui uma aplicabilidade imensa no meio científico, tal que a solução desses problemas é de extrema importância para o desenvolvimento de tecnologias que sejam usadas no nosso cotidiano. Na matemática elementar, sabemos que muitos resultados foram feitos com o objetivo de facilitar a resolução da temática, donde podemos destacar, como por exemplo, a técnica do escalonamento. No entanto, sem o uso de ferramentas adequadas, resolver tais problemas pode ser extremamente cansativo e demorar um tempo não polinomial para a obtenção do conjunto solução. Portanto, esta produção científica tem como propósito mostrar todas as condições que promoveram a demonstração de um teorema clássico que buscou dar uma nova abordagem no que diz respeito à relação de determinantes e sistemas lineares: Regra de Cramer.

Palavras-chave: Regra de Cramer, Sistemas Lineares, Escalonamento.

1. Introdução

A teoria dos determinantes originou-se no século XVII tendo um maior enfoque no Oriente, no momento em que o matemático japonês Seki Kowa utilizava métodos para a resolução de sistemas lineares, reduzindo o procedimento chinês antigo. No tempo atual, apesar de não ser um recurso prático e simples para a resolução de sistemas de equações, os determinantes são bastante usados, como por exemplo, para sintetizar algumas expressões matemáticas mais complexas facilitando o cálculo. Nesta perspectiva, buscaremos denotar alguns resultados relevantes que auxiliaram a demonstrar a Regra de Cramer, que tem uma importância incomensurável para a evolução dos métodos resolutivos desta temática.

2. Objetivos

Em linhas gerais, iremos abranger a composição dos determinantes e de algumas propriedades elementares, tendo como objetivo mostrar um resultado clássico que viabilize a resolução de problemas à nível de ensino básico.

Em especial, destacaremos a Regra de Cramer, que por sua vez permite particularizar o conjunto solução de um sistema de linear sem a utilização do escalonamento.

3. Metodologia

A abordagem metodológica dá-se pela revisão bibliográfica e pelo aprofundamento das discussões.

4. Resultados

4.1 Resultados preliminares

Definição 1. Uma matriz M é dita quadrada se o número de linhas for o mesmo que o número de colunas. Denotaremos também que para cada termo a_{ij} da matriz, a letra i representa a linha enquanto a letra j a coluna.

Definição 2. Uma matriz M de ordem n possui uma inversa M^{-1} quando $M \cdot M^{-1} = M^{-1} \cdot M = I_n$, com I_n sendo a matriz identidade de ordem n .

Definição 3. Dada a sequência de números naturais

$$123 \dots n123 \dots n \dots,$$

então as permutações $123 \dots n$, $23 \dots n1$, $3 \dots n12$, $\dots$, $n \dots (n-2)(n-1)$ são ditas pares. Analogamente, tomando a sequência

$$n \dots 321n \dots 321 \dots,$$

então as permutações $n \dots 321$, $n-1 \dots 21n$, $n-2 \dots 1n(n-1)$, $\dots$, $1 \dots 32$ são ditas ímpares.

Seja a matriz quadrada dada por

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Vamos construir o determinante de uma matriz. Considere a parcela

$$a_{\alpha 1} \cdot a_{\alpha' 2} \cdot a_{\alpha'' 3} \cdot \dots \cdot a_{\alpha^{(n)} n},$$

com $\alpha, \alpha', \alpha'', \dots, \alpha^{(n)} \in \{1, 2, \dots, n\}$ distintos entre si. Teremos também que em um determinante, o número de parcelas e a quantidade de fatores por parcela serão quantificados por $n!$ e n , respectivamente. Além disso, as permutações pares dos índices das linhas implicam que a parcela será positiva, enquanto as permutações ímpares dos índices das linhas implicam que a parcela será negativa. Portanto, o determinante será um número real da forma

$$\text{Det}(M) = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} \cdot \dots \cdot a_{nn} - a_{n1} \cdot a_{(n-1)2} \cdot a_{(n-2)3} \cdot \dots \cdot a_{1n} + \dots - a_{11} \cdot a_{n2} \cdot a_{(n-1)3} \cdot \dots \cdot a_{2n} \cdot$$

Definição 4. Seja M uma matriz quadrada. Considerando a_{ij} um elemento de M , definimos o cofator A_{ij} de a_{ij} como sendo o número real $(-1)^{i+j} \cdot D_{ij}$, onde D_{ij} é o determinante da matriz que é obtida após a omissão da linha i e da coluna j da matriz M .

Definição 5. Chamamos de matriz dos cofatores de M aquela em que todos os seus elementos são cofatores gerados da matriz quadrada M . Simbolicamente, representamos por M' .

Definição 6. Seja M uma matriz quadrada de ordem n . Denotaremos a matriz adjunta por $\overline{M}$, que satisfaz $\overline{M} = (M')^t$, com $(M')^t$ sendo a matriz transposta da matriz dos cofatores.

Teorema 1. (Teorema de Laplace) Seja M uma matriz quadrada de ordem $n \geq 2$. Então, o determinante de M é dado pela soma dos produtos elementos de uma linha ou uma coluna qualquer pelos respectivos cofatores.

Demonstração. Ver [1]. □

Proposição 2. Se uma matriz de ordem $n \geq 2$ possui duas linhas (ou duas colunas) formada por elementos respectivamente iguais, então $\text{Det } (M) = 0$.

Demonstração. Ver [1]. □

Teorema 3. (Teorema de Cauchy) Se M é uma matriz qualquer, então a soma dos produtos dos elementos de uma linha (ou coluna), ordenadamente, pelos cofatores dos elementos de uma linha paralela (ou coluna paralela, respectivamente) é igual a zero.

Demonstração. Sejam as matrizes

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{sn} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad N = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

pelos quais diferem apenas na s -ésima linha. Note que pela proposição 2 é fácil ver que $\text{Det } (N) = 0$. Desenvolvendo o determinante da matriz N pela s -ésima linha, segue-se pelo Teorema de Laplace que

$$\text{Det } (N) = a_{r1} \cdot A_{s1} + a_{r2} \cdot A_{s2} + \cdots + a_{rn} \cdot A_{sn} = 0.$$

Uma vez que os cofatores da s -ésima linha de N são iguais a s -ésima linha de M , o resultado sucede-se. Analogamente prova-se para as colunas. □

Lema 4. Sejam M uma matriz quadrada e I_n a matriz identidade, ambas de ordem n . Então,

$$M \cdot \overline{M} = \overline{M} \cdot M = \text{Det } (M) \cdot I_n.$$

Demonstração. Seja $M \cdot \overline{M} = (b_{ik})_{n \times n}$, com $M = (a_{ij})_{n \times n}$ e $\overline{M} = (A_{jk})_{n \times n}$. Daí, temos

$$(b_{ik})_{n \times n} = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{kj}.$$

Logo, temos duas possibilidades:

1. Se $i = k$, então, pelo Teorema de Laplace, $b_{ik} = \text{Det} (M)$;
2. Se $i \neq k$, então, pelo Teorema de Cauchy, $b_{ik} = 0$.

Assim, sucede-se

$$M \cdot \overline{M} = \begin{bmatrix} \text{Det} (M) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \text{Det} (M) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \text{Det} (M) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \text{Det} (M) \end{bmatrix} = \text{Det} (M) \cdot I_n$$

Portanto, $M \cdot \overline{M} = \text{Det} (M) \cdot I_n$. Analogamente, prova-se que $\overline{M} \cdot M = \text{Det} (M) \cdot I_n$ e, consequentemente, temos $M \cdot \overline{M} = \overline{M} \cdot M = \text{Det} (M) \cdot I_n$. $\square$

Lema 5. *Seja M uma matriz quadrada, de ordem n . Se $\text{Det} (M) \neq 0$, então*

$$M^{-1} = \frac{1}{\text{Det} (M)} \cdot \overline{M}.$$

Demonstração. Usando o Lema 4, segue-se que

$$M \cdot \left(\frac{1}{\text{Det} (M)} \cdot \overline{M} \right) = \frac{1}{\text{Det} (M)} \cdot (M \cdot \overline{M}) = \frac{\text{Det} (M)}{\text{Det} (M)} \cdot I_n = I_n \quad (1)$$

e também que

$$\left(\frac{1}{\text{Det} (M)} \cdot \overline{M} \right) \cdot M = \frac{1}{\text{Det} (M)} \cdot (\overline{M} \cdot M) = \frac{\text{Det} (M)}{\text{Det} (M)} \cdot I_n = I_n. \quad (2)$$

Portanto, de (1) e (2), o resultado é imediato pela definição de matriz invertível. $\square$

4.2 Resultado Principal

Teorema 6. *(Regra de Cramer) Seja um sistema linear S com o mesmo número de equações e incógnitas e M a matriz quadrada associada ao sistema. Se o $\text{Det} (M) \neq 0$, então o sistema será possível e terá solução única $\{x_1, \dots, x_n\}$ tal que*

$$x_j = \frac{\text{Det} (M^j)}{\text{Det} (M)},$$

onde $\text{Det} (M^j)$ é o determinante da matriz obtida de M , substituindo-se a j -ésima coluna pela coluna dos termos independentes das equações do sistema.

Demonstração. Dado o sistema linear,

$$S = \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \ddots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

sejam as matrizes

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \text{ e } X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}.$$

A princípio, considere o sistema linear S escrito pela equação $MX = B$. Provemos que tal equação matricial admite solução e ela é única.

Como $\text{Det}(M) \neq 0$, segue-se que M é invertível, então o sistema linear tem uma solução dada por $X = M^{-1}B$. De fato, supondo I_n uma matriz identidade de ordem n , segue-se que

$$MX = M \cdot (M^{-1}B) = (M \cdot M^{-1})B = I_n \cdot B = B,$$

o que prova a existência da solução $X = M^{-1}B$.

Agora verificaremos sua unicidade: considere X' e X'' soluções distintas. Daí,

$$X' = I_n \cdot X' = (M^{-1} \cdot M)X' = M^{-1}(M \cdot X') = M^{-1}B = X''.$$

Um absurdo. Logo, a solução é única.

Por último, temos pelo Lema 5 que

$$X = M^{-1}B = \frac{1}{\text{Det}(M)} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{i1} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{i2} & \cdots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{in} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

tal que A_{ij} é cofator de a_{ij} . Assim, concluímos que

$$x_i = \frac{1}{\text{Det}(M)} \cdot (A_{1j}b_1 + A_{2j}b_2 + A_{3j}b_3 + \dots + A_{nj}b_n),$$

isto é, pelo Teorema de Laplace

$$x_j = \frac{\text{Det}(M^j)}{\text{Det}(M)}.$$

□

5. Considerações Finais

É inegável que a regra de Cramer é um resultado belíssimo, contudo, pode complicar bastante dependendo de qual sistema linear seja tomado. É sabido que o sistema linear terá que ter o mesmo número de equações e incógnitas, além do determinante da matriz do sistema deverá ser não nulo.

Além das hipóteses diminuïrem a quantidade de sistemas possíveis, dispomos do fato de que muitas vezes não é tão simples calcular o determinante de uma matriz de uma ordem mais elevada, o que pode atrapalhar o êxito da sua finalidade em cálculos manuais e até mesmo numéricos.

Referências

- [1] Iezzi, G. e Hazzan, S., Fundamentos de Matemática Elementar, vol. 4, Ed. Atual, 1977.
- [2] Eduardo, W.; Lima, E.L.; Carvalho, P.C.P.; Morgado, A.C.O.; A Matemática do Ensino Médio, vol. 3, Impa, 2016.



AS ATUAIS CONDIÇÕES DO USO DE JOGOS NO ENSINO INCLUSIVO DE MATEMÁTICA

Aureliana Belém Tavares ¹

Jucy Saraiva Sindeaux ²

Orientadora: Prof^a. MSc Ozana da Silva Alencar ³

RESUMO: A aplicação de jogos educativos é uma metodologia de ensino muito importante, pois através deles é possível aprimorar as aptidões motoras, desenvolver habilidades cognitivas e também promover uma interação social, que por sua vez é um fator importantíssimo para a educação inclusiva. Se faz necessário o aprofundamento do estudo sobre o uso de tal ferramenta no ensino aprendizagem com ênfase na educação inclusiva, além da realização de debates sobre a aplicação de tais jogos, para analisar a sua eficácia. Pensando nisso, foi feita uma revisão bibliográfica a partir de artigos científicos que versam sobre essa temática e foram registrados um total de vinte jogos adaptados para a educação inclusiva. Os jogos em questão foram aplicados entre os anos de 2016 e 2020. Embora o acervo de trabalhos científicos sobre jogos educativos seja bastante volumoso, quando voltado à educação inclusiva o número de obras se reduz drasticamente e na maioria das vezes fazem alusão somente à deficiência visual, deixando de lado todas as outras deficiências existentes.

Palavras-chave: Educação inclusiva. Ensino de matemática. Jogos didáticos.

1. Introdução

A aplicação de jogos como instrumento lúdico para o ensino de matemática é de suma importância principalmente para o ensino inclusivo. De acordo com Santos (2017) tais jogos desenvolvem na criança a interação social, a aprendizagem, a confiança, a concentração, dentre outros atributos sendo, portanto, um grande auxílio para os professores.

O uso dessa ferramenta didática na sala de aula insere e apreende cada vez mais os alunos no ambiente escolar, tanto os portadores de deficiências quanto os demais. Além disso, se os jogos forem em equipes, aumenta ainda mais a interação entre os alunos, um fator de grande importância para a educação inclusiva.

¹ Universidade Regional do Cariri, e-mail: aureliana.belem@urca.br

² Universidade Regional do Cariri, e-mail: jucysaraiva20@gmail.com

³ Universidade Regional do Cariri, e-mail: ozana.alencar@urca.br



As adaptações de jogos para o ensino de matemática na perspectiva da inclusão não somente ensina o conteúdo em si, mas também contribui para o desenvolvimento pleno do aluno. Ao introduzir um jogo que aborda libras ou braile para o ensino de matemática, por exemplo, o docente apresenta aos alunos um universo de possibilidades no qual todos podem se comunicar e aprender juntos independentemente de suas limitações físicas.

Somado a isso, segundo Moraes (2018) quanto mais criativo e diversificado for o ambiente da sala de aula, melhor será a prática docente inclusiva. Assim, convém ressaltar a importância de inovar as atividades didáticas e lúdicas e também de aguçar a capacidade de perceber e compreender que o aluno deficiente talvez não esteja compreendendo o conteúdo da forma como ele está sendo exposto.

Dessa forma, introduzir jogos didáticos na educação inclusiva se tornou uma importante ferramenta para o ensino que preza pela equidade, no entanto, conforme Costa *et al.* (2018) apesar do grande potencial inclusivo que os jogos possuem, se faz necessário frisar que se a atividade lúdica não estiver adaptada ao aluno os resultados podem ser negativos.

2. Objetivos

A pesquisa objetiva realizar um levantamento a respeito dos tipos de atividades lúdicas utilizadas no ensino de matemática diante de uma perspectiva inclusiva. Tendo como objetivos específicos, analisar o público alvo das atividades lúdicas, os materiais e custos da confecção dos jogos e os pontos positivos de sua aplicação em sala de aula.

3. Metodologia

A princípio foi feito o levantamento de informações sobre o tema a partir da análise de jogos retirados de artigos científicos e trabalhos de conclusão de curso. Ao todo, foram registrados vinte jogos matemáticos adaptados para a educação inclusiva durante os anos de 2016 a 2020. Dentre as necessidades especiais contempladas por essas adaptações constam: intelectual, visual, auditiva, motora e o autismo.

Além disso, os trabalhos selecionados para a análise tiveram como principal critério possuir as palavras chaves: matemática, inclusão e jogos. Somado a isso, os referentes trabalhos trataram tanto das questões metodológicas do uso de tais jogos para o ensino inclusivo, como também da sua prática frisando o ensino de matemática.



4. Resultados

O levantamento mostrou uma quantidade considerável de pesquisas voltadas para a adaptação de jogos para deficiência visual, no entanto, adaptações para as demais deficiências não são encontradas facilmente entre os anos estabelecidos. Tal análise mostra uma área de pesquisa pouco explorada.

A pesquisa abordou os principais pontos positivos e negativos do uso de cada jogo, sendo considerado o baixo custo como ponto positivo, e alto custo como negativo, tendo em vista que quanto mais acessível com relação ao custo o jogo for, mais fácil será reproduzi-lo.

Os materiais utilizados para a confecção de cada um dos jogos variam entre objetos do cotidiano de fácil obtenção e materiais bem elaborados feitos em carpintarias. Os jogos de alto custo geralmente estão relacionados a adaptações visuais como por exemplo, o quebra-cabeça tridimensional. Entretanto, pela grande quantidade de trabalhos focados nesta deficiência foram encontrados alguns jogos alternativos com relação ao custo, por exemplo: nunca solto, tabuleiro de decimais e Torre de Hanói (que trabalha o raciocínio nas percepções de padrões).

Dentre os jogos estudados podemos destacar alguns que tratam das deficiências pouco abordadas dentre eles, o tangram (autismo), dominó geométrico (autismo), argolas matemáticas (auditiva), progressão aritmética (auditiva), dominó de figuras geométricas (motora) e cubra o anterior (intelectual).

O trabalho de Lima e Paula (2020) obteve resultados semelhantes a esta pesquisa, ao constatar a menor produção de artigos voltados para o ensino de alunos com determinadas deficiências, sendo possível identificar um maior número de trabalhos voltados para a deficiência visual. A pesquisa deles consistiu na análise de 12 trabalhos, publicados na XIII edição do Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. Os trabalhos selecionados abordavam a educação inclusiva e o ensino superior focando nas práticas desenvolvidas em sala de aula.



Dos 12 trabalhos estudados por Lima e Paula, seis tratavam da formação de professores e as práticas de ensino, quatro abordaram a deficiência visual, um o autismo e um a deficiência intelectual. Pensando na deficiência intelectual (pouco trabalhada nesse tipo de obra) podemos destacar o jogo dos prismas, uma adaptação feita por Pessoa (2001). Quanto ao autismo, infelizmente não houve jogos adaptados para serem analisados, em vez disso, apenas relatos de professores que visam a inclusão dos seus alunos autistas.

A ausência de trabalhos científicos no âmbito do ensino inclusivo de matemática para autistas, deficientes auditivos, deficientes intelectuais, entre outros, mostra um campo de pesquisa da educação matemática muito importante e quase inexplorado.

5. Considerações Finais

Inovar e melhorar as práticas de ensino contribuem tanto para os alunos que diante das suas limitações precisam ser incluídos na sala de aula, quanto para os demais que também precisam se adaptar para a convivência em harmonia e respeito aos direitos do outro. Ademais, a introdução de atividades lúdicas no ensino de matemática está cada vez mais presente nas salas de aula, principalmente em escolas que trabalham a educação inclusiva.

A combinação jogos, educação inclusiva e matemática na contemporaneidade auxilia muitos docentes da área na sua prática docente. Na medida em que se complementam constituem uma importante ferramenta para um ensino verdadeiramente inclusivo que abrange todos os alunos.

O uso de jogos como alternativa acessível para o ensino inclusivo de matemática é um assunto debatido em vários artigos científicos, no entanto, quando se explora o conteúdo de tais trabalhos é possível observar uma lacuna no que diz respeito à adaptação de jogos didáticos voltados para a inclusão de alunos surdos, mudos, déficits de atenção, hiperativos, autistas e etc. Já para alunos cegos ou com baixa visão foi encontrada com facilidade uma quantidade maior de trabalhos científicos e mais propostas de atividades práticas com jogos educativos voltados para a inclusão de tais alunos.

Referências



COSTA, L. C. W.; MENEZES, B. J. G.; CARVALHO, C. C. C.; LIMA, R. V. **Recursos didáticos no ensino de matemática:** Uma proposta na educação de surdos. Revista GPES - Estudos Surdos (ISSN 2595-9832), v. 1, n. 1, 17 dez. 2018.

LIBARD, H.; PEDROSO, P. A.; MENDES, P. T.; BRAZ, F. F.; OLIVEIRA, A. G. **PIBID e a educação inclusiva de alunos com deficiência visual: Materiais manipulativos e linguagem matemática para o ensino de ciências.** Minas Gerais, 2011.

LIMA, F. R.; PAULA, C. M. **Mapeamento dos trabalhos envolvendo educação matemática inclusiva na edição do XIII ENEM.** Revista Intersaberes, 2020.

MORAIS, M. F. R. S. **Práticas de sala de aula para uma matemática inclusiva.** Salvador, 2018.

PESSOA, N. **Jogo dos poliedros.** 2001. Disponível em: <http://www.mathema.com.br>.

SANTOS, A. M. **A importância do uso de jogos matemáticos para alunos com deficiência:** Uma proposta facilitadora no ensino de matemática. Uruçui, 2017.



AS ORIGENS DA REGRA DE L'HÔPITAL

Andrea Machado Fernandes Aquino

Universidade Federal do Cariri, e-mail: andreamachado.lp@gmail.com

Lucas Machado Fernandes

Universidade Federal da Paraíba, e-mail: lucasmachadofernandes2@gmail.com

Ozana da Silva Alencar

Universidade Regional do Cariri, e-mail: ozana.alencar@urca.br

Fernanda dos Santos Rosendo

Universidade Regional do Cariri, e-mail: rsantosenso@gmail.com

RESUMO: Este trabalho faz, a priori, uma breve abordagem histórica, através de pesquisa bibliográfica, sobre a Regra de L'Hôpital, formulada por Johann Bernoulli, utilizada, a princípio, para calcular limites de indeterminações do tipo $\frac{0}{0}$ e, posteriormente, utilizada para outros casos, trazida, pela primeira vez, no *Analyse des infiniment petits*, primeiro livro de Cálculo existente, publicado pelo marquês de L'Hôpital. Foram ressaltadas as polêmicas envolvidas na autoria das teorias contidas no livro e a importância desses dois matemáticos no desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral. Em seguida, foi feito um comparativo em relação ao modo como foi enunciada a Regra, originalmente, enfatizando a visão geométrica e o uso de diferenciais, e como a mesma vem sendo abordada nos livros contemporâneos e utilizada até os dias atuais. Ao final, dentre outros exemplos, foi resolvido, utilizando o enunciado mais atual da Regra de L'Hôpital, a primeira aplicação trazida pelo marquês em seu livro *Analyse*.

Palavras-chave: Regra de L'Hôpital; Diferenciais; Cálculo Diferencial e Integral; Johann Bernoulli.

1. Introdução

Nos cursos de introdução ao Cálculo Diferencial, a Regra de L'Hôpital aparece como uma importante ferramenta na resolução de limites que geram certos tipos de indeterminações. Com um enunciado simples e didático, o resultado matemático atrai a atenção de vários estudantes pela facilidade nas aplicações.

Entretanto, nem sempre há uma preocupação de entender o significado geométrico envolvido por trás dessa ferramenta. O que não pode ocorrer devido a sua grande relevância para elucidação do conteúdo.

2. Objetivos

Este trabalho tem como objetivo fornecer um breve relato sobre a origem histórica e matemática da Regra de L'Hôpital.

3. Metodologia

Foi utilizado o método de pesquisa bibliográfica que permitiu comparar o enunciado original da Regra de L'Hôpital apresentado no livro *Analyse des infiniment petits*, do marquês de L'Hôpital com o enunciado presente nos livros atuais de Cálculo Diferencial.

4. Resultados

4.1 Origem histórica

Guillaume François Antoine (1661–1704), mais conhecido como Marquês de L'Hôpital, foi um matemático que teve seus talentos reconhecidos desde muito cedo. Ainda adolescente chegou a resolver um problema proposto por Blaise Pascal. Além de ter contribuído para soluções de diversos problemas, entre eles, o problema da braquistócrona, que, na época também havia sido solucionado por gigantes da Matemática como Jakob Bernoulli, Newton e Leibniz. Apesar disso, o marquês tem seu nome lembrado até hoje devido a regra de L'Hôpital, em sua homenagem, presente no seu livro *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* (Análise de quantidades infinitamente pequenas para a compreensão de curvas).

Atualmente, sabe-se que a famosa regra pertence a Johann Bernoulli (1667 – 1748), matemático suíço que pertenceu a uma família de matemáticos bastante renomada. Bernoulli atuou também na Física, Química e Astronomia e teve um importante papel na divulgação do Cálculo Diferencial e Integral pela Europa. Inclusive, foi este o motivo do suíço ter se hospedado por meses na casa do nobre marquês, ganhando uma boa quantia em dinheiro: ensinar o Cálculo de Leibniz e Newton a pedido de L'Hôpital.

4.2 A Regra segundo L'Hôpital e Bernoulli

Segundo Katz (1993), L'Hôpital, em seu livro *Analyse des infiniment petits*, definiu, inicialmente, quantidades variáveis como sendo as que aumentam ou diminuem continuamente. Em seguida, definiu a diferencial df de uma quantidade variável f como sendo a parte infinitamente pequena pela qual f aumenta ou diminui continuamente. L'Hôpital também expôs dois axiomas sobre a aplicação das diferenciais:

1. Uma quantidade que foi aumentada ou diminuída por outra infinitamente pequena pode ser considerada que permanece inalterada.
2. Chama-se curva o conjunto de um número infinito de linhas retas infinitamente pequenas.

A partir disso, L'Hôpital formulou as regras para o cálculo de derivadas. Vejamos, como exemplo disso, a demonstração da derivada do produto chamada por ele como diferença do produto:

Note que pelo *Axioma 1*, se x e y são quantidades variáveis, então podemos escrever:

$$x = dx + x \quad \text{e} \quad y = dy + y$$

Deste modo, sucede-se que

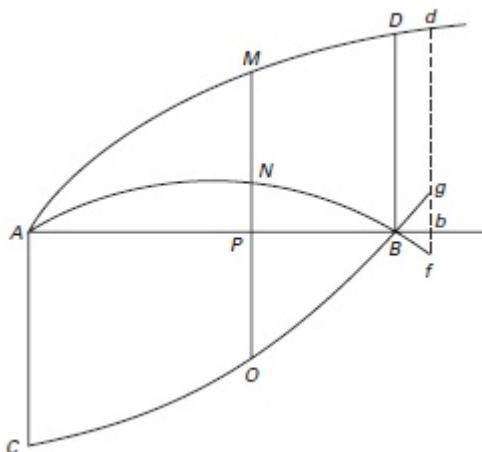
$$\begin{aligned}
 d(xy) &= xy - xy \\
 &= (x + dx)(y + dy) - xy \\
 &= xy + xdy + ydx + dxdy - xy \\
 &= xdy + ydx,
 \end{aligned}$$

já que $dxdy$ pode ser eliminado por ser infinitamente pequeno.

Analogamente, o marquês demonstrou como encontrar “a diferença de uma fração”, conhecida hoje como a regra do quociente para derivadas.

O enunciado da Regra foi feito geometricamente. Veja a seguir:

Considere a curva AMD onde $AP = x$, $PM = y$ e $AB = a$ de maneira que o valor da ordenada y é expressida por uma fração, em que o numerador e o denominador ambos tornam-se 0 quando $x = a$, isto é, quando o ponto P coincide com o ponto B . É necessário encontrar o que será então o valor da ordenada BD .



Suponha, então, $y = p/q$. L'Hôpital percebeu que o valor de y para uma abscissa b infinitamente próxima de B será:

$$y + dy = \frac{p + dp}{q + dq}.$$

Porém, note que, a ordenada $y + dy$ é infinitamente próxima de y , daí, pelo *Axioma 2*, pode-se escrever $y + dy = y$. Note também que p e q são ambos nulos em B . Com isso,

$$y = \frac{dp}{dq}.$$

4.3 A Regra de L'Hôpital nos livros atuais

Segundo Stewart (2014),

Regra de L'Hôpital: Sejam f e g funções sejam deriváveis e $g'(x) \neq 0$ em um intervalo aberto I que contém a (exceto, possivelmente em a). Suponha que

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

ou que

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \pm\infty.$$

Então,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

se o limite do lado direito existir ou for ∞ ou $-\infty$.

Veja a seguir, algumas aplicações da Regra de L'Hôpital:

Exemplo 1. *Considere as funções*

$$\begin{array}{ccc} f: \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & e^x - 1 \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{ccc} g: \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^3 + 4x. \end{array}$$

Uma vez que

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^x - 1 = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^3 + 4x = 0$$

segue-se pela Regra de L'Hôpital que:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x^3 + 4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)'}{(x^3 + 4x)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{3x^2 + 4} = 0.$$

Exemplo 2. *Sejam as funções*

$$\begin{array}{ccc} f: \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 2x \operatorname{sen}(x) \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{ccc} g: \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \sec(x) - 1. \end{array}$$

Note que temos

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2x \operatorname{sen}(x) = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \sec(x) - 1 = 0.$$

Nestas condições, a Regra de L'Hôpital fornece

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \operatorname{sen} x}{\sec x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[2x \operatorname{sen}(x)]'}{[\sec(x) - 1]'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{sen}(x) + 2x \cos(x)}{tg(x) \sec(x)}.$$

Uma vez que

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2 \operatorname{sen}(x) + 2x \cos(x) = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow 0} tg(x) \sec(x) = 0,$$

aplicaremos novamente a Regra de L'Hôpital, obtendo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \operatorname{sen}(x)}{\sec(x) - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{sen}(x) + 2x \cos(x)}{tg(x) \sec(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \cos(x) - 2x \operatorname{sen}(x)}{\sec^3(x) + tg^2(x) \sec(x)} = 4.$$

Exemplo 3. Agora, vamos apresentar o primeiro exemplo trazido pelo livro *Analyse des infiniment petits* publicado por L'Hôpital, a fim de ilustrar a sua regra. Basicamente, iremos calcular o seguinte limite:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{2a^3 - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x}}{a - \sqrt[4]{ax^3}}.$$

Vamos responder de acordo com o enunciado atual. Note que

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{2a^3 - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x} = 0 \quad e \quad \lim_{x \rightarrow a} a - \sqrt[4]{ax^3} = 0.$$

Então, aplicando a Regra de L'Hôpital, temos:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{2a^3 - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x}}{a - \sqrt[4]{ax^3}} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(\sqrt{2a^3 - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x})'}{(a - \sqrt[4]{ax^3})'}.$$

Uma vez que

$$(\sqrt{2a^3 - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x})' = \frac{a^3 - 2x^3}{\sqrt{2a^3 - x^4}} - \frac{a^3}{3\sqrt[3]{a^4x^2}} \quad e \quad (a - \sqrt[4]{ax^3})' = \frac{-3ax^2}{4x^2\sqrt[4]{a^3x}}$$

além de

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^3 - 2x^3}{\sqrt{2a^3 - x^4}} - \frac{a^3}{3\sqrt[3]{a^4x^2}} = 16a \quad e \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{-3ax^2}{4x^2\sqrt[4]{a^3x}} = 9,$$

segue-se que

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{2a^3 - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x}}{a - \sqrt[4]{ax^3}} = \frac{16a}{9}.$$

5. Considerações Finais

Pôde-se observar que enquanto L'Hôpital e Bernoulli formularam a regra geometricamente, autores contemporâneos de Cálculo Diferencial, como James Stewart, trataram da regra de forma mais algébrica, porém ambos os enunciados são essencialmente iguais.

Nota-se também a enorme relevância do livro *Analyse des infiniment petits* como precursor entre os livros de Cálculo Diferencial, apesar da polêmica que envolveu a autoria das teorias contidas nele.

Referências

- [1] BARBOSA, F. E. **A Regra de L'Hôpital: Análise Histórica da Regra de L'Hôpital.** Campinas, UNICAMP, 2008.
- [2] GILLISPIE, C. C. **Dictionary of Scientific Biography**, Nova York: Scribner's, 1974.
- [3] KATZ, V. **A History of Mathematics: An Introduction.** Nova York: HarperCollins, 1993.
- [4] STEWART, J. **Cálculo.** São Paulo: Cengage Learning, 2014.



CÓDIGO ISBN: uma aplicação com congruências

Antonia Erineide Cavalcante¹

José Augusto Pereira Nogueira²

RESUMO: Com essa pesquisa de carácter bibliográfico, trazemos um estudo sobre os Códigos Corretores de Erros, dando um enfoque maior ao código ISBN (Internacional Standart Book Number) responsável pela identificação de livros, sejam eles físicos ou digitais. Os códigos estão presentes nas nossas vidas, e nós os utilizamos a todo o momento para comprar produtos, nos comunicar, pagar contas, aparecem através do alfabeto, sequências numéricas, dígitos verificadores entre diversas outras formas. Com esse trabalho buscamos apresentar um pouco sobre o que são esses códigos, desenvolver o passo a passo dos cálculos para checagem do dígito verificador do ISBN usando uma linguagem simples com operações básicas da Matemática e também uma de suas áreas mais estudadas, a Teoria dos Números. Mais especificamente, trabalharemos com Congruências, conteúdo bastante utilizado no advento da tecnologia. Esperamos contribuir de maneira significativa com futuros estudos sobre o tema ressaltando a importante relevância que possui para ciência e pesquisa.

Palavras-chave: Código ISBN. Congruências. Matemática Aplicada.

1. Introdução

Claude Shannon (1916-2001) deu origem à teoria moderna de códigos, esta fundamental para o surgimento da teoria dos Códigos Corretores de Erros, a teoria das informações, hoje muito aplicável, principalmente com o advento tecnológico. Os Códigos Corretores de Erros são os responsáveis pelas correções de erros ou ruídos em diversos meios de comunicação ocasionados por falhas na troca de informações.

Segundo Nogueira (2020, p. 2): “um tipo muito comum de Códigos Corretores de Erros que encontramos diariamente são os códigos de Verificação”. Esses estão presentes nos códigos postais, sequências numéricas, na identificação de produtos (códigos de barras), nos documentos pessoais: Certificado de Pessoa Física (CPF), Registro Geral (RG), entre outros.

Para o desenvolvimento desse trabalho será ressaltado a importância desses códigos através do código verificador do ISBN, como também realização de seus cálculos de verificação desenvolvidos através de congruências.

¹ Universidade Regional do Cariri (URCA), e-mail: erylneyde.cavalcante@urca.br

² Universidade Regional do Cariri (URCA), e-mail: augusto.nogueira@urca.br



2. Objetivos

Conhecer a importância dos Códigos Corretores de Erros e suas aplicações; Ressaltar o código ISBN; Calcular os dígitos verificadores do ISBN usando congruências.

3. Metodologia

Para entendimento e verificação dos Códigos Corretores de Erros, em especial o ISBN, abaixo serão ressaltados o conceito de congruência e suas propriedades, fundamentais para o desenvolvimento do trabalho, bem como uma sucinta explicação sobre o ISBN.

Congruência

Seja $m \neq 0$ um inteiro fixo. Dizemos que a é congruente a b módulo m , sendo a e b dois inteiros, se m divide $a - b$. Escrevemos $a \equiv b \pmod{m}$

$$a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow m \mid a - b \Leftrightarrow \exists a \in \mathbb{Z} \text{ tal que } a - b = m \cdot q \Leftrightarrow a = m \cdot q + b$$

Portanto, a é cômgruo a b módulo m , se, e somente se, b é o resto da divisão de a por m .

Principais propriedades de congruência

Sejam $m > 0$ um inteiro fixo e a , b e c inteiros quaisquer, então valem as seguintes propriedades:

- i. $a \equiv a \pmod{m}$
- ii. $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow b \equiv a \pmod{m}$
- iii. $a \equiv b \pmod{m}$ e $b \equiv c \pmod{m} \Rightarrow a \equiv c \pmod{m}$

Internacional Standard Book Number – ISBN

É um código controlado pela Agência Internacional do ISBN, com sede oficial na Alemanha, todavia, cada país possui uma Agência Nacional do código.

O ISBN – International Standard Book Number – é um sistema internacional padronizado que identifica numericamente os livros segundo o título, o autor, o país, a editora, individualizando-se inclusive por edição. Utilizado também para identificar software, seu sistema numérico é convertido em código de barras, o que elimina barreiras linguísticas e facilita a circulação e concentração das obras. (ISBN, 2015 apud MACHADO, 2016, p. 26).

O ISBN foi introduzido em 1967 no Reino Unido, mas somente considerado como norma padrão internacional em 1970. Na Figura 1 podemos ver seus dois modelos (ISBN–10)



composto por 10 dígitos e vigente até 31 de dezembro de 2005 e o (ISBN-13) composto por 13 dígitos com vigência a partir de 1 de janeiro de 2007.

Figura 1 – ISBN-10 e ISBN-13



Fonte: Nogueira (2020, p. 3)

Analisando sua estrutura podemos perceber uma construção de blocos numéricos. Seu sistema de treze algarismos trazem informações, tais como código de barras, país, código da editora, edição da obra e o dígito verificador, conforme mostra a Figura 2 a seguir:

Figura 2 – Divisão do ISBN-13



Fonte: Nogueira (2020, p. 4)

O último dígito do código ISBN é o código de verificação, que mesmo no processo de transição em 2006, quando fez uso do ISBN Dual (ISBN-10 e ISBN-13) com os dois códigos juntos, como vemos na Figura 3, mostrou distinção entre ambos. Responsável pela detecção de possíveis erros na codificação, seu processo é realizado com cálculos matemáticos simples que serão abordados no próximo tópico usando também congruências.

Figura 3 – ISBN Dual



Fonte: Nogueira (2020, p. 3)

4. Resultados

Nesse tópico serão abordados os cálculos de verificação do ISBN-10 e do ISBN-13.



Como calcular o dígito verificador do ISBN

No cálculo do ISBN-10 o dígito verificador, último algarismo, é gerado automaticamente por meio de operações matemáticas realizadas com os algarismos anteriores. Consideremos os 10 dígitos como $d_1, d_2, \dots, d_{10}$, onde d_{10} é tal que e, vale ressaltar que

$$\sum_{i=1}^9 i \cdot d_i \equiv d_{10} \pmod{11}$$

Ao dividir um número por 11 o resultado pertence ao conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, e que o código de checagem (verificação) é preferível ser único, logo quando ele for 10 precisamos substituí-lo pelo numeral romano X.

Exemplo 1: Tomemos ISBN-10 da Figura 1 para calcularmos.

Primeiro passo é identificar os nove primeiros dígitos, $d_1=1, d_2=2, d_3=3, d_4=4, d_5=5, d_6=6, d_7=7, d_8=8$ e $d_9=9$. Agora vamos determinar d_{10} .

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^9 i \cdot d_i &\equiv d_{10} \pmod{11} \\ \Rightarrow 1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4 + 5 \times 5 + 6 \times 6 + 7 \times 7 + 8 \times 8 + 9 \times 9 &\equiv d_{10} \pmod{11} \\ \Rightarrow 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 &\equiv d_{10} \pmod{11} \Rightarrow 285 \equiv d_{10} \pmod{11} \end{aligned}$$

Mas, $285 \equiv 10 \pmod{11}$, logo $d_{10} = 10$. E assim, o código de verificação do ISBN é X, pois $10 = X$.

Para o cálculo do ISBN-13, ver Figura 1, consideremos os treze números como $d_1, d_2, \dots, d_{13}$, de modo que $d_{13} = 10 - r$, onde r é tal que

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \text{ ímpar}}}^{12} d_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \text{ par}}}^{12} 3 \cdot d_i \equiv r \pmod{10}$$

Exemplo 2: Calculemos o ISBN-13 contido na Figura 1.

Primeiro tomemos $d_1=9, d_2=7, d_3=8, d_4=9, d_5=5, d_6=6, d_7=3, d_8=5, d_9=3, d_{10}=0, d_{11}=7$ e $d_{12}=6$. Agora vamos calcular d_{13} , determinando primeiramente o valor de r .

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \text{ ímpar}}}^{12} d_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \text{ par}}}^{12} 3 \cdot d_i \equiv r \pmod{10}$$

$$(9 + 8 + 5 + 3 + 3 + 7) + (3 \times 7 + 3 \times 9 + 3 \times 6 + 3 \times 5 + 3 \times 0 + 3 \times 6) \equiv r \pmod{10}$$

$$35 + 99 \equiv r \pmod{10} \Rightarrow 134 \equiv r \pmod{10}$$



Note que $134 \equiv 4 \pmod{10}$, logo $r=4$, consequentemente $d_{13} = 10 - r = 10 - 4 = 6$, comprovamos que de fato o último algarismo é 6.

5. Considerações Finais

Entender como a Matemática pode ser usada no cotidiano é muito importante. O ISBN e os demais Códigos Corretores de Erros, são um exemplo muito simples e fácil dessa aplicação, demonstrando que em tudo que fazemos hoje em dia encontramos e dependemos, de maneira direta ou indiretamente, dessa área do conhecimento.

Referências

MACHADO, D. A. **Uma abordagem de dígitos verificadores e códigos corretores no Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado –PROFMAT) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC/USP), São Carlos, 2016. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-24112016-103137/publico/DanielAlvesMachado_revisada.pdf>. Acesso em: 24 nov. 2020.

MENEGHESSO, Carla. **Códigos Corretores de Erros**. TCC – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012. Disponível em: <<https://www.dm.ufscar.br/dm/index.php/component/attachments/download/40>>. Acesso em: 24 nov. 2020.

NOGUEIRA, J. A. P; ALBUQUERQUE, C. D; OLIVEIRA, P. C. C. **Sobre o código ISBN**. I Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional – I ERMAC, Universidade Federal de Minas Gerais – UFMS, 2020.



CONSTRUÇÃO DE RECURSOS DIDÁTICOS A PARTIR DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS PARA O ENSINO DE VOLUME DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

Tiago Pereira Rocha ¹

Rônero Marcio Cordeiro Domingos ²

Leonardo Bernardo de Moraes ³

Raquel Costa da Silva ⁴

RESUMO: Este estudo teve por objetivo construir um conjunto de objetos físicos a partir de materiais concretos para auxiliar na abordagem de volume de sólidos de revolução no ensino médio. Os corpos de revolução são objetos espaciais abstratos, mas que possuem diversos modelos concretos observáveis no mundo físico. É o caso, por exemplo, de uma esfera, que pode ser gerada a partir do movimento de um semicírculo em torno de um eixo fixo. Esse sólido de revolução tem inúmeros representantes concretos, entre eles a bola de futebol. Após uma revisão literária e estudos sobre o conceito de volume no ensino médio, buscou-se no cotidiano, materiais concretos que permitissem construir e modelizar os sólidos de revolução. Entre os resultados obtidos, encontram-se o protótipo que simula a geração dos sólidos de revolução, a construção de um modelo de sólido cilíndrico e, principalmente, a explicitação das relações existentes entre a superfície geradora e o sólido a ela associado. Nesse sentido, o estabelecimento das relações entre os comprimentos na superfície plana e no objeto espacial, os quais são necessários para o cálculo de volume, são enfaticamente explicitados.

Palavras-chave: Construções; Materiais manipuláveis; Sólidos de Revolução; Volume.

1. Introdução

Os sólidos de revolução são entes abstratos gerados a partir de movimentos rígidos de superfícies planas em torno de um eixo fixo. Esse movimento recebe o nome de revolução e, portanto, os corpos por ele gerados são chamados corpos ou sólidos de revolução. O cilindro reto é um exemplo de sólido de revolução gerado a partir do movimento de um retângulo em

¹ IF Sertão Pernambucano, campus Salgueiro, tiagopereirarocho7@gmail.com

² IF Sertão Pernambucano, campus Salgueiro, e-mail: ronero.marcio@ifsertao-pe.edu.br

³ IF Sertão Pernambucano, campus Salgueiro, e-mail: leonardo.moraes@ifsertao-pe.edu.br

⁴ IF Sertão Pernambucano, campus Salgueiro, e-mail: Raquel.costa@ifsertao-pe.edu.br



torno de um eixo fixo. Para esse sólido, há diversos objetos concretos que o modelizam, como latas de óleo de cozinha e de leite em pó.

Ao trabalhar com alunos do curso de Licenciatura em Física do IF Sertão Pernambucano - Campus Salgueiro, particularmente no componente curricular Cálculo Diferencial e Integral II, observamos dificuldades recorrentes e persistentes na resolução de problemas envolvendo o cálculo de volume de sólidos de revolução. Uma das principais dificuldades foi compreender e esboçar um sólido de revolução a partir do movimento de uma superfície plana em torno de um eixo, principalmente quando essas superfícies eram discos ou apresentavam linhas curvas.

Nessas aulas, esse conteúdo costuma ser abordado quase sempre a partir de discussões teóricas, as quais limitam as representações a figuras mostradas na lousa. Por vezes, recorre-se também a recursos computacionais, os quais facilitam a visualização e modelam a construção desses objetos. Com efeito, esses recursos, se bem explorados, contribuem substancialmente para a aprendizagem desses conceitos. Porém, são instrumentos que nem sempre estão disponíveis, pois requerem uma estrutura mínima como computadores, internet e, em alguns casos, assinaturas não gratuitas. É, portanto, nesse sentido que propomos o desenvolvimento de materiais que, além do baixo custo, proporciona a construção dos mesmos pelos próprios estudantes.

Nosso estudo se volta para o ensino médio, tendo em vista que os estudantes da Licenciatura que motivaram este estudo atravessam essa etapa de ensino, domínio no qual esse saber é formalmente ensinado. Nessa etapa, a abordagem de volume contempla principalmente o cálculo de volume por meio de fórmulas e, quase sempre, explorando-se sólidos prototípicos, a saber, prisma retangular, pirâmide, cilindro, cone e esfera. Essa abordagem não tem sido suficiente, conforme constatado por Figueiredo (2013). Nesse sentido, entendemos que um ensino que possibilite ao estudante explorar as propriedades dos sólidos, como as grandezas a eles associadas, e as fórmulas necessárias para efetuar comparações e medições, ajuda a dar sentido a esse saber. Para isso, faz-se necessário conhecer o processo de construção desses objetos, bem como o desenvolvimento das fórmulas que permitem calcular seu volume. Aqui, nos atentaremos ao primeiro elemento.



Tendo em vista, portanto, as dificuldades dos estudantes e uma abordagem de volume focada no uso excessivo de fórmulas, sobretudo em contextos restritos, propomos o objetivo descrito abaixo. Com ele, buscamos facilitar a aprendizagem dos saberes do ponto de vista geométrico, numérico e algébrico, pensando em alunos do ensino médio na aprendizagem desse saber.

2. Objetivo

- Construir modelos de sólidos de revolução a partir de materiais concretos.

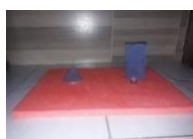
3. Metodologia

Este artigo é parte de um estudo mais amplo desenvolvido em um projeto de Iniciação Científica Júnior. Portanto, aqui trazemos um recorte do projeto macro. Logo, trataremos apenas de dois casos: do protótipo e da construção de um cilindro. O projeto maior se desenvolveu conforme as seguintes etapas: estudo teórico sobre o cálculo de volume de sólidos de revolução; delimitação dos sólidos a serem construídos; pesquisa dos materiais concretos para construção dos sólidos; e pesquisa do custo dos materiais concretos para construção dos sólidos. pós essas etapas, desenvolvemos um protótipo que permite simular a geração dos sólidos de revolução a partir de uma superfície plana, bem como modelamos alguns sólidos de revolução. Por fim, construímos um modelo cilíndrico em consonância com um objeto do mundo físico, a saber, uma lata de óleo comercializada.

4. Resultados

Para a construção do protótipo que simula o movimento de revolução de superfícies planas em torno de um eixo, usamos folha de isopor para as superfícies e pequenos motores elétricos para efetuar as rotações. A imagem seguinte ilustra essa construção:

Figura 1: Simulador para construção de sólidos de revolução a partir de superfícies planas



Fonte: Dados da pesquisa



Nesse caso em particular, tem-se uma base de isopor (vermelha), dois motores elétricos e duas superfícies planas (azuis), retângulo e triângulo, as quais, quando rotacionadas modelam a construção de um cilindro e de um cone, respectivamente.

Movimentando-se em torno de um eixo, sendo este o motor, que quando ligado, faz o movimento de revolução, o triângulo produz um cone reto. Essa superfície tem base de comprimento $7,5\text{ cm}$ e altura igual a $6,5\text{ cm}$. Logo, o cone terá uma base circular, cujo comprimento do raio será igual a $7,5\text{ cm}$ e altura igual a do triângulo. Essa construção possibilita ao estudante compreender o processo de geração do sólido, bem como estabelecer uma relação entre os comprimentos necessários para o cálculo de seu volume. Nesse caso em particular, o volume do cone, calculado a partir da relação $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$ será de $V = 95,72\text{ cm}^3$.

Para o segundo caso, a rotação do retângulo gera um cilindro reto, com raio da base igual a $7,5\text{ cm}$ e $14,5\text{ cm}$ de altura, uma vez que o retângulo tem base medindo $7,5\text{ cm}$ e altura $14,5\text{ cm}$. Por meio da fórmula $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$, obtém-se o volume do cilindro, que será de $V = 640,59\text{ cm}^3$.

Em suma, essas duas simulações facilitam a visualização do estudante ao lidar com um conceito demasiadamente abstrato, ao mesmo tempo em que permite a ele estabelecer uma relação direta entre as superfícies planas e os objetos espaciais.

Por fim, modelamos um cilindro com comprimentos iguais aos de uma lata de óleo com volume dado, usando folha de papel A4, que tem formato retangular. Após unir dois lados paralelos do retângulo, obteve-se o objeto representado na figura 2.

Figura 2: Modelo de lata de óleo feita com papel A4.



Fonte: Dados da pesquisa

Essa construção evidencia que o comprimento de um dos lados do retângulo é igual ao comprimento da circunferência da base do cilindro, e o comprimento do outro lado do retângulo



adjacente ao primeiro será a altura desse sólido. Essas propriedades, que se tornam visíveis a partir dessa construção, ganham sentido para os alunos.

Nesse caso em particular, a embalagem da lata de óleo de cozinha utilizada como referência indicava o volume de 1 litro. Após calcularmos o volume do modelo construído, obtemos $1092,06 \text{ cm}^3$ ou $1092,06 \text{ ml}$, cujo valor é muito próximo do que é indicado para o consumidor. Portanto, pode-se verificar que o volume indicado na embalagem é aceitável, tendo em vista o erro de medição, a precisão do instrumento com o qual se efetuou a medição e considerando que toda medição empírica é aproximada.

5. Considerações Finais

Concluimos que o estabelecimento de relações entre os entes geométricos abstratos e seus respectivos modelos concretos observáveis no mundo físico permite potencializar o ensino e a aprendizagem desses saberes. A partir das construções e de simulações da geração de sólidos, os alunos podem estabelecer relações entre objetos concretos e abstratos e explorar de maneira mais nítida as propriedades desses objetos.

Com isso, assumimos a hipótese de que esse um recurso potencializa a aprendizagem do conceito de volume. Logo, sugerimos estudos que contemplem o uso desses sólidos em sala de aula, com o objetivo de explorar e validar suas potencialidades enquanto recurso didático, o que possibilitará (in)validar nossa hipótese previamente assumida.

6. Agradecimentos

Este artigo é resultado de um estudo maior desenvolvido no âmbito da Iniciação Científica Jr., que foi financiado pelo IF Sertão PE - campus Salgueiro. Portanto, nossos sinceros agradecimentos à referida instituição.

Referências

FIGUEIREDO, A. P. N. B. **Resolução de problemas sobre a grandeza volume por alunos do ensino médio: um estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais**. 2013. 189 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação de Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, 2013.



EDUCANDO AS DIFERENÇAS COM LUDICIDADE PARA INTEGRAR SURDOS E OUVINTES

Taiane Carrilho Rosa ¹

Daniele Galvão Mathias ²

RESUMO: A partir da adaptação do jogo “Batalha naval” proporciona-se aporte aos professores para trabalhar a ludicidade, interdisciplinaridade e a inclusão de LIBRAS, promovendo a interação entre alunos surdos e ouvintes, o jogo "Descubra a Região" aborda os conteúdos: Localização (Geografia) e Coordenadas (Matemática). Regras: Dividir em dois grupos a turma, para começa, devem apostar par ou ímpar. O tabuleiro é formado por um mapa das regiões de Pelotas que fica de fundo, coberto por blocos de notas adesivos, os quadrados formados são identificados por letra e número em LIBRAS. O jogador tem de adivinhar em que quadrados estão as regiões procuradas, surgindo duas possibilidades: caso acertar um pedaço da região, o quadrado é descoberto, ou seja, o bloco deve ser arrancado do tabuleiro, e o jogador lança outra coordenada e assim por diante até que erre ou que encontre toda a região; caso errar, ou seja, não atingir a região, o quadrado se mantém coberto pelo bloco, e o jogador passa a vez. Ganha quem encontrar o maior número de regiões. O minicurso possui três etapas: contextualização, vídeo com a execução do jogo e socialização de ideias com aplicação de questionário google.

Palavras-chave: Lúdico. Inclusão. Interdisciplinar. LIBRAS. Matemática.

Referências

VEIGA NETO, Alfredo. Incluir para excluir. In: LARROSA, Jorge; SKLIAR, Carlos. **Habitantes de Babel**. Políticas e poéticas da diferença. Belo Horizonte: Autêntica, 2001, p. 105 – 118.

CADERNOS CEDES 91. Educação Matemática e Surdez. KRITZER, Karen; PAGLIARO, Claudia. **Matemática: um desafio internacional para estudantes surdos**. V. 33 - SET. - DEZ. 2013.

BRASIL. Decreto Nº 5.626, de 22 de dezembro de 2005. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2005/decreto/d5626.htm>. Acesso em: 12 nov. 2019.

¹ Universidade Federal de Pelotas, e-mail: tay.carrilho@gmail.com

² Universidade Federal de Pelotas, e-mail: danielmathias49@gmail.com



ENSINO HÍBRIDO E AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO BRASIL:

Educação contemporânea e as mudanças no ensino brasileiro

Fátima Aparecida Kian¹

RESUMO: Este trabalho discutirá as novas perspectivas de introdução de tecnologia no ensino brasileiro que colabora com o processo e ensino e aprendizagem, mas somente a tecnologia não é o bastante, o ensino híbrido que combina as interações presenciais com o uso das tecnologias vem colaborar, neste artigo faremos uma análise das implicações que vem da introdução das tecnologias digitais e o ensino híbrido e a prática docente, além de tecer algumas considerações a respeito da mudanças no ensino brasileiro. O trabalho discute sobre o papel do ensino híbrido frente as mudanças contemporâneas, ademais ressaltamos a importância também do ensino tradicional e a necessidade de mudar para que possa atender as demandas de alunos contemporâneos. Pesquisa qualitativa com procedimentos baseados em Minayo (2004), utilizando sites com artigos científicos sobre o tema abordado. Fundamentado teoricamente por Bacich (2016), Moran (2007), Valente (1999) e Tedesco (2004), no final temos as considerações parciais como necessidade de incentivar o professor desde sua formação profissional, incentivo de políticas públicas como formação continuada do professor e ampliação da infraestrutura nas instituições de ensino incluindo internet e equipamentos.

Palavras-chave: Ensino Híbrido. Ensino Brasileiro. Tecnologias Digitais.

Introdução

Mesmo com muitas mudanças a escola ainda se encontra atrelada ao modelo do ensino tradicional, época em que o professor era o protagonista principal, detendo informações e portador dessas informações (VALENTE, 2014), portanto, de acordo com Prensky (2001) aconteceram muitas mudanças, e os alunos de hoje pensam e processam as informações totalmente diferente das gerações anteriores, além disso o professor de hoje não pode ficar distante desta realidade, ou seja, seguindo os modelos tradicionais de ensino e que está sendo praticamente utilizados na maioria das escolas no Brasil (FARDO, 2013).

Um estudante quando resolve se tornar professor há diversos caminhos a seguir, escolhendo entre as várias licenciaturas existentes, no mundo atual, o professor esta muito questionado, em razão das novas concepções de educação, e também das atualizações nas teorias de desenvolvimento e aprendizagem, e o impacto da tecnologia da informação e das

¹UFABC – Universidade Federal do ABC – fatima.kian@ufabc.edu.br



comunicações relacionado ao processo de ensino e aprendizagem, suas metodologias, técnicas e materiais de apoio.

O ensino híbrido esta emergindo em muitas escolas como alternativa para o ensino, e não deve retroagir, apresenta práticas que necessitam que sejam difundidas mudando a formar de educar.

1. Objetivos

O presente trabalho cuidará de expor a importância das tecnologias digitais juntamente com o ensino híbrido, necessitando por profissionais docentes com conhecimento de tecnologias e das modalidades do ensino híbrido, atualmente esta sendo utilizado desde o ensino básico/fundamental, como estão sendo introduzidos e a utilização destas modalidades?

O objetivo geral deste trabalho será mostrar uma análise da introdução e utilização do ensino híbrido com tecnologias digitais no ensino fundamental e as propostas do Parametros Curriculares Nacionais, a este seguem os seguintes objetivos específicos: Identificar conteúdos curriculares voltados ao ensino-aprendizagem de tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) na educação do ensino fundamental e os modelos de ensino híbrido.

2. Metodologia

Seguiremos os procedimentos metodológicos baseados em Minayo (2004), que tem a metodologia centralizada nas referências teóricas fundamentadas cientificamente.

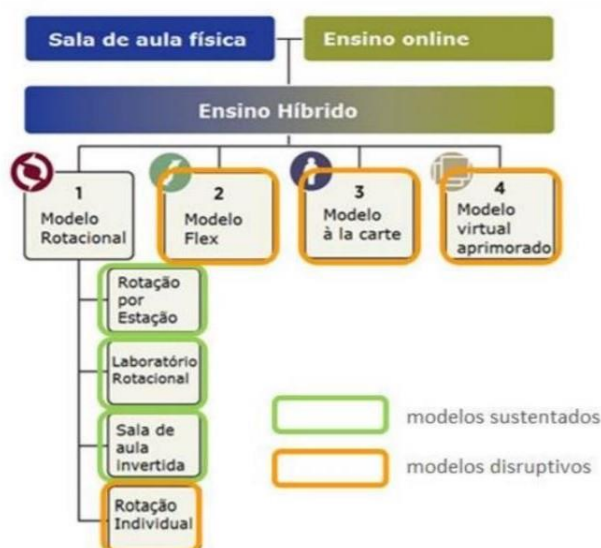
Pesquisa qualitativa, baseado em documentos bibliográficos, apontados a partir da utilização de sites de onde foram retirados artigos, relacionados a este assunto, ou seja, ensino híbrido e tecnologias digitais, que foi escolhido justamente por ser recente em razão da pandemia, e também pós pandemia, que deverá continuar a utilização da tecnologias digitais entrelaçadas ao ensino presencial, no ensino fundamental, como aconteceu a utilização destas tecnologias, como portou-se e portará se nossos professores em relação ao ensino remoto e o presencial, à partir de tudo isso surgiu a curiosidade nessa pesquisa.

O percurso metodológico da pesquisa compreendeu um levantamento preliminar de alguns textos a respeito da introdução e utilização de tecnologias digitais e o ensino híbrido,



aqui é no ensino fundamental, do qual após leitura e análises de alguns dados, chegamos a considerações parciais apresentadas.

Ensino híbrido



(Fonte: Horn, Starker, 2015 – Lilian Bacich)

Segundo a especialista Lilian Bacich (2016) o ensino híbrido tem diferentes espaços de ensino aprendizagem no contexto escolar, que promove a autonomia dos alunos para que possam fazer suas atividades em grupos e assim compartilhar todo tipo de conhecimento, é uma proposta metodológica que vem dar mais ações para o professor na hora de preparo de suas aulas. Segundo estudos de Bacich (2016) há alguns tipos:

Modelo de rotação: o professor que cria diferentes espaços de ensino-aprendizagem podendo ser dentro ou fora da sala de aula e assim os estudantes podem revezar entre as diferentes atividades de acordo com as orientações do professor.

Rotação por estações: estudantes realizam várias atividades em estações, dentro do espaço da sala de aula.

Laboratório rotacional: os estudantes usam o espaço da sala de aula e laboratórios.

Sala de aula invertida: na sala de aula invertida, o aluno estuda a teoria em casa, no formato a distância e online, e na sala de aula presencial existe apenas as discussões e a resolução dos exercícios propostos para fixação do conteúdo teórico.



Rotação individual: cada aluno tem uma lista das atividades propostas que devem fazer na sua rotina para cumprir os temas a serem estudados.

Modelo Flex: aprendizado por meio de atividade online, os alunos fazem as atividades e o ritmo de cada estudante é personalizado e o professor fica à disposição para esclarecimento de dúvidas.

E o modelo à la carte: este o próprio estudante organiza seus estudos, propostos com objetivos gerais a serem atingidos juntamente com professor e a parte online pode ocorrer na escolar ou em casa, ou em qualquer outro lugar.

Modelo Virtual Aprimorado: os alunos dividem o tempo entre o aprendizado presencial e online.

Teoricamente fundamenta se esta pesquisa baseada no estudos de Bacich (2016) e Moran (2007), Tedesco (2004) e Valente (1999), apresentando conceitos relacionados às novas tecnologias e também do ensino híbrido e a contextualização na educação, em seguida apresentaremos a educação e as inovações que estão acontecendo por conta da introdução destas tecnologias nas escolas, principalmente no ensino fundamental atrelado ao ensino híbrido.

A investigação apresentada está assentada no pressuposto de que o ensino fundamental pode haver tecnologias de informação e comunicação (TIC) para auxiliar o professor enquanto seu papel pedagógico, e como está sendo esta introdução, as dificuldades apresentadas, os caminhos a seguir, o cumprimento da grade curricular juntamente com estudos da Plano Curricular Nacional (PCN), além de verificar se a formação do professor está apta a utilizar, saber escolher, saber avaliar uso das tecnologias de Informação e Comunicação(TIC) pelo aluno, verificar o aprendizado se está acontecendo com as TIC ou não.

3. Resultados

Resultados parciais encontrados mediante verificar a base teórica, e que as tecnologias foram desenvolvidas para que todos tenham uma melhor maneira de ensino/aprendizagem, a adoção destes recursos faz-se necessário políticas públicas de implementação e avaliação,



além de uma melhor infraestrutura por parte de algumas escolas, formação dos docentes no curso de formação.

4. Considerações Parciais

Todas as mídias digitais educacionais que podem ser utilizadas no ensino/aprendizagem, com tablete, *android* celulares, entre outras formas de apoio didático-pedagógico é uma ótima forma de ensino híbrido, a introdução está acontecendo de forma rápida em razão da emergência que aconteceu por conta da pandemia, e muitos professores da rede pública principalmente sentiu dificuldades em atrair a atenção dos alunos devido a pouca experiência e também falta de conhecimento de algumas técnicas ou programas que poderiam ser utilizados além de esbarrar na falta de estruturas de estudantes carentes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA PRELIMINARES

BRASIL, MEC - Bncc – disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/> > acesso em 22 de jun. 2020.

BACICH, Lilian. **Ensino Híbrido: relato de formação e prática docente para a personalização e o uso integrado das tecnologia digitais na educação**. De 14 a 16 de setembro de 2016. UNIT – Aracaju-SE Anais / ISSN: 2179-4901.

FARDO, Marcelo Luis. **A gamificação como estratégia pedagógica: estudo de elementos dos games aplicados em processos de ensino e aprendizagem**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2013.

MORAN, J.M.MASSETO, M.T. BEHRENS, M.A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus, 2007.

PRENSKY, M. **Digital natives, digital immigrants part 1. On the horizon**, v. 9, n. 5, p. 1-6, 2001.

MONAYO, M.C.S. (org.). **Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade**. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2004

TEDESCO, J. C. (Org.). **Educação e novas tecnologias**. São Paulo: Cortez; Buenos Aires: Instituto Internacional de Planejamento de la Educación; Brasília: UNESCO, 2004.



VALENTE, J. A. Análise dos diferentes tipos de software usados na educação.
In: VALENTE, J. A. (Org.). O computador na sociedade do conhecimento. Campinas:
UNICAMP/NIED, 1999a, p. 89-110.

VALENTE, J. A. A comunicação e a educação baseada no uso das tecnologias
digitais de informação e comunicação. UNIFESO-Humanas e Sociais, v. 1, n. 01, p. 141-
166, 2014.



ENSINO REMOTO MEDIADO PELA PLATAFORMA PADLET: INOVAÇÃO E TECNOLOGIA.

Francisco Lucas Nicolau Da Silva ¹

Cicefran Souza De Carvalho ²

RESUMO: Compreendendo o novo cenário em que o ensino aprendizagem se situa, as dificuldades para ministrar aulas a distância, os desafios que a tecnologia acarreta e reconhecendo a importância das ferramentas digitais para auxiliar os professores nas aulas remotas e posteriormente nas híbridas, ponderou-se a utilização de meios que facilitassem o acesso ao conteúdo de maneira mais dinâmica, dessa forma será apresentado a plataforma *Padlet* e seus recursos. Esse estudo tem como objetivo discorrer e ensinar como utilizar a plataforma *Padlet*, seus recursos, benefícios e os resultados de uma aplicação prática. A *Padlet* é um site simples de ser utilizado pelo professor para produzir suas aulas e compartilhá-las com os alunos, sem a necessidade de cadastrá-los no site, além disso é uma ferramenta tecnológica e inovadora que possibilita um ensino aprendizagem eficiente e eficaz. Se conceituará as diferentes modalidades de ensino e em seguida cada cursista criará seu perfil na plataforma e após a execução dessa tarefa, será mostrada toda a interface do site, ensinando como criar um novo *Padlet* e descrevendo sucintamente as funções que melhor se adequam a cada tipo de modalidade de ensino. Após criar o *Padlet* será o momento de explorar as funções disponibilizadas pela plataforma e mostrar como anexar cada tipo de documento, que serão exibidos dentro da própria plataforma, sejam eles do próprio PC ou exportados de plataformas externas (do youtube, links de outras páginas no google, áudios gravados dentro do site, filmes, a tela do dispositivo que o usuário estiver utilizando, a localização e até mesmo outros *Padlets* criados pelo usuário, curtidos ou da rede). Após essa primeira etapa será mostrado como compartilhar essa aula, que poderá ser feita por meio de diversas plataformas (Whatsapp, Facebook, Instagram, Messenger, Telegram, e-mail ou por meio de um código QR), assim o professor terá várias opções para se comunicar com o aluno, visto que se ocorrer algum problema com um desses meios de comunicação o mesmo terá outras alternativas. A proposta formativa deste trabalho pressupõe que os inscritos participem ativamente no processo de ensino aprendizagem, colocando em prática aquilo que está sendo ensinado, onde deverão criar um *Padlet* anexar documentos conforme foi explanado durante a apresentação. Atualmente se vivencia momentos de transformações em todo o cenário educacional, visto que as tecnologias deixaram de ser auxiliares passivos no ensino e passaram a ser meios fundamentais para a construção do conhecimento e mediação entre os professores e alunos, principalmente diante do panorama pandêmico. A realização desse minicurso se faz necessário para ajudar aqueles que já atuam e os que ainda irão atuar em sala de aula, em qualquer modalidade de ensino (à distância, híbrida ou totalmente presencial), pois, conhecer as ferramentas que integram o ensino são essenciais para melhorar a práxis do professor e do futuro professor nesse período de pandemia, bem como no pós pandemia. A postura crítica-reflexiva do professor implica em

¹ Universidade Regional do Cariri-URCA, e-mail: fclucasnicolau@outlook.com.br

² Universidade Regional do Cariri-URCA, e-mail: cicefran.carvalho@urca.br



formação continuada e estar buscando conhecimentos a todo momento, faz com que estes conheçam e utilizem as ferramentas que possam melhorar as metodologias de ensino, tornando as aulas em um ambiente favorável à construção do saber.

Palavras-chave: Ensino aprendizagem. Ensino remoto. Tecnologia, Ferramentas tecnológicas para o ensino.

Referências

DGE, Arte. **Padlet – tutorial em português**. 2018. (04m04s). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=-5uUe9Tzyyo>. Acesso em: 15 de ago de 2020.



ESTÁGIO SUPERVISIONADO REMOTO SÍNCRONO: adaptações ao contexto da pandemia do COVID-19

Antonia Erineide Cavalcante ¹

Raimundo Eugênio da Silva Filho ²

Francisco Ronald Feitosa Moraes ³

RESUMO: O Estágio Supervisionado (ES), é um dos principais momentos da formação profissional do professor de Matemática e deve ser realizado de forma presencial nas escolas de Educação Básica. Porém, em decorrência da pandemia do COVID-19, neste ano de 2020, não foi possível realizar o ES de forma presencial, e por isso, foi adaptado para ser realizado de forma remota por meio de aulas síncronas através do Google Meet. Para a construção do presente trabalho, adotamos as ideias de Moraes (2016) a respeito do ES, Pereira (2019) e Viegas (2020) sobre as metodologias de ensino remoto e híbrido. Planejamos e preparamos atividades para ensinar virtualmente o tema de Frações durante duas “lives” junto com os professores de Matemática da escola onde foi realizado o ES. Percebemos que, adotando métodos diversos, uma postura descontraída e estimulando os estudantes, os mesmos demonstraram bastante interesse em participar, visto que, sempre que uma pergunta era lançada, obtínhamos várias respostas rapidamente. Entendemos que as atividades de ES podem ser desenvolvidas de forma concisa, mesmo que seja por meio da modalidade remota, além de promoverem uma formação docente adaptada à utilização de Tecnologias Digitais da Informação e da Comunicação (TDIC) e do ensino híbrido.

Palavras-chave: Estágio Supervisionado. Ensino remoto. Ensino híbrido. Aulas síncronas.

1. Introdução

O Estágio Supervisionado é uma etapa essencial para a formação docente. Nesse processo, o futuro professor tem contato com o ambiente escolar e busca colocar em prática as aprendizagens teóricas estudadas e discutidas nas aulas do curso de graduação.

De acordo com Moraes (2016, p. 43), “enquanto estudante da graduação, o futuro professor precisa vivenciar durante todo o seu processo de formação, atitudes, modelos didáticos e situações que pretende ver concretizados em suas práticas pedagógicas futuras”. Assim, o ES enquanto espaço e tempo privilegiado de mobilização e elaboração de

¹ Universidade Regional do Cariri (URCA), e-mail: erylneyde_cavalcante@hotmail.com

² Universidade Regional do Cariri (URCA), e-mail: raimundoeugenio@gmail.com

³ Universidade Regional do Cariri (URCA), e-mail: ronaldmoraes@ymail.com



conhecimentos e competências para a prática profissional docente, permite ao estudante conhecer os contextos em que se integra ou poderá integrar-se para o exercício da docência.

Neste ano de 2020, as atividades de ES realizadas nas turmas de 1º e 2º anos do Ensino Médio, na Escola de Ensino Médio de Campos Sales, Ceará, não foram realizadas de forma presencial, devido ao momento singular que estamos vivendo de isolamento social causado pela pandemia do COVID-19. A alternativa encontrada foi uma adaptação para sua realização de forma remota por meio de aulas síncronas utilizando a plataforma do Google Meet.

1.1 Estágio Supervisionado remoto

Por volta do mês de Março de 2020, nos deparamos com a pandemia causada pelo novo coronavírus, COVID-19. Ao longo do restante deste ano, a educação brasileira realizou suas atividades de forma remota, utilizando ferramentas digitais, visto que, esta era a única alternativa para manter algum contato entre a escola e os estudantes.

Nesse sentido, o ES precisou ser repensado e sua realização ocorreu de forma remota por meio de “lives”, conforme as ações que a escola campo de estágio já desenvolve via Google Meet para estudantes com acesso à internet e, entrega de materiais impressos em casa para os discentes sem acesso a internet.

Devido o ES ser um momento de diálogo entre a Universidade e as Instituições campos de estágio, este precisa caracterizar-se pelo compromisso e cumplicidade, em que “o futuro professor, perante situações reais, aprende a responder às exigências sociais e educativas do exercício da profissão, extrapolando uma perspectiva meramente técnica”, adotando uma atitude crítico-reflexivo, inovadora e investigativa. (MORAES, 2016, p. 50).

As *lives*, ambas intituladas: “MONITORIA PREMIADA” ocorreram em colaboração com os professores de Matemática da escola, tendo como tema o conteúdo de frações e suas operações, as quais realizadas para todas as turmas de 1º e 2º anos do Ensino Médio.

A escolha por esse tema se justificou devido os professores terem constatado uma dificuldade considerável na aprendizagem de alguns dos estudantes sobre esse conteúdo tão importante, decidindo abordá-lo como reforço para as aprendizagens futuras.

1.2 Atividades síncronas



De forma objetiva, o ensino híbrido é uma modalidade de ensino que realiza parte de suas atividades presencialmente e a outra parte de forma virtual. Conforme Viegas (2020), “o **Ensino Híbrido**, que combina o uso da tecnologia digital com as interações presenciais, visando à personalização do ensino, **é um modelo possível para facilitar a combinação, de forma sustentada, do ensino online com o ensino presencial.**”.

Assim, o professor pode realizar ações educativas como: rotação por estações, com atividades em grupo e em estações dentro da sala de aula e/ou nos laboratórios; e a sala de aula invertida, na qual os discentes estudam os conceitos em casa e o espaço da sala de aula é usado para discussões e resolução de problemas.

Segundo Pereira (2019), o ensino híbrido pode ser estruturado de forma síncrona ou assíncrona. As atividades síncronas acontecem em tempo real através de ferramentas que exigem a participação simultânea de estudantes e professores em eventos marcados com horário específico como: *webnário*, *chat* e *live*. Essas atividades têm alguns benefícios, desde o aprofundamento instrucional e maior aproximação entre estudantes e professor pois, encontram-se no mesmo momento online e aprendizado dinâmico, pela comunicação instantânea, podendo tirar dúvidas imediatamente.

Nesse sentido, devido às mudanças necessárias, adotamos as atividades síncronas, estruturadas em forma de *lives*.

2. Objetivos

Analisar a realização do Estágio Supervisionado remoto de regência no Ensino Médio por meio de aulas síncronas em forma de *live*.

3. Metodologia

Para a construção deste trabalho, adotamos as ideias de Moraes (2016) a respeito do ES, Pereira (2019) e Viegas (2020) sobre ensino remoto e ensino híbrido enquanto fundamentos para planejamento e elaboração das atividades envolvendo o conceito de frações, que foram realizadas durante as “*lives*” pela plataforma do *Google Meet*.

Nesse sentido, apresentamos reflexões acerca das ações desenvolvidas pelos estagiários (1º e 2º autores deste trabalho, orientados pelo 3º autor) durante as “*lives*” para ensinar frações e as impressões e concepções mobilizadas a partir dessas interações.



4. Resultados

Diante da impossibilidade de realizar o Estágio Supervisionado de regência no Ensino Médio de forma presencial, os acadêmicos fomos autorizados a realizá-lo de maneira remota, atuando de acordo com as normas adotadas e estabelecidas pela E.E.M. de Campos Sales.

Participaram em cada live, mais de 150 estudantes, os quais sempre estiveram interagindo no *chat*, lançando perguntas e respondendo outras quando foram indagados. Em ambos os momentos, levamos diversas formas de estratégias de aprendizagem, modelos práticos e mais dinâmicos, desafios com prêmios, entre outros, além de um questionário sobre o conteúdo pelo Google Forms. Os estudantes enviaram muitas mensagens indicando qual método sentiram maior facilidade ou que gostaram mais de aprender.

Na primeira *live* foram ensinadas as operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes, por meio de uma breve introdução da história das frações para auxiliar no entendimento desse conteúdo, além de utilizar a transferência de água entre copos para explicar a relação parte-todo, e, o ensino da soma e da subtração de frações, pelo método de identificar o Mínimo Múltiplo Comum (MMC), além de um método alternativo chamado de “método da borboleta” que pode substituir o cálculo do MMC.

Para encerrar esse momento, algumas situações problemas foram escolhidas como desafios para os estudantes responderem. Os problemas estavam em balões que foram estourados, as questões foram lidas para quem conseguir responder primeiro e corretamente ganhar os prêmios. Os discentes ficaram empolgados, gostaram da forma de abordagem do conteúdo. Todos os prêmios ficaram disponíveis na escola para os vencedores pegarem.

Na segunda *live*, foram ensinadas as operações de multiplicação e divisão de frações, na forma de porcentagem, de racionais, divisão de fração por fração e do número inteiro pela fração. Neste último caso, utilizamos uma folha de papel para demonstrar a operação, o que surpreendeu os educandos, pois visualizaram melhor a operação. Na sequência foram propostos alguns desafios, os quais foram disponibilizados por meio do Google Forms, havendo uma premiação para os primeiros a responderem corretamente as perguntas.

Percebemos que, usando um pouco de descontração durante as *lives* e instigando os estudantes com premiações, os mesmos mostraram-se mais motivados e participativos, visto



que, sempre que uma pergunta era lançada, obtínhamos várias respostas de forma rápida, indicando o quão atentos e motivados estavam os estudantes para participarem.

5. Considerações Finais

O ES de regência no Ensino Médio realizado de forma remota, foi uma experiência de grande relevância profissional, nesse período, houve uma importante interação e divisão de tarefas entre profissionais experientes e os futuros professores, além da utilização de ferramentas digitais no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Foi desafiador não estar em uma sala de aula em contato direto com os estudantes, de turmas compostas, em média por 40 adolescentes, e passar a ver mais de 150 rostos através de uma tela de celular, computador ou tablet. Depender da instabilidade dos recursos da internet para nos comunicar de forma clara, gera, a princípio algumas incertezas e angustias. No entanto, após a realização das ações planejadas, compreendemos o quanto foi significativo para a aprendizagem da profissão docente, conhecer e utilizar novos métodos e ferramentas digitais.

Referências

MORAES, F. Ronald F. **História de vida e formação docente:** O Estágio Supervisionado no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Regional do Cariri-URCA. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza, 2016.

PEREIRA, Marcos. **Você conhece o blended learning?** Descubra o que é o ensino híbrido e como ele funciona. Hotmart/BLOG APRENDA, 2019. Disponível em: <<https://blog.hotmart.com/pt-br/blended-learning/>>. Acesso em: 26 nov. 2020.

VIEGAS, Amanda. **Ensino híbrido:** o que é e como implementar na escola. Par plataforma educacional. Tecnologia da educação. Disponível em: <<https://www.somospar.com.br/ensino-hibrido/>>. Acesso em: 25 nov. 2020.



EXISTÊNCIA E UNICIDADE DE SOLUÇÕES DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS DE 1ª ORDEM COM n VARIÁVEIS

Lucas Machado Fernandes

Universidade Federal da Paraíba, e-mail: lucasmachadofernandes2@gmail.com

Andrea Machado Fernandes Aquino

Universidade Federal do Cariri, e-mail: andreamachado.lp@gmail.com

Fernanda dos Santos Rosendo

Universidade Regional do Cariri, fsantrosendo@gmail.com

Ozana da Silva Alencar

Universidade Regional do Cariri, e-mail: ozana.alencar@urca.br

Núbia Matias do Nascimento

Universidade Regional do Cariri, e-mail: matias.nubia@gmail.com

RESUMO: O desenvolvimento do estudo das equações diferenciais ordinárias iniciou-se em meados do século XVII e XVIII com o surgimento do cálculo Diferencial e Integral liderados por Newton e Leibniz. Rapidamente, grandes matemáticos contribuíram para a expansão da Teoria das Equações Diferenciais através de pesquisas interessantíssimas no que diz respeito ao Cálculo das Variações, Teoria das Oscilações, Elasticidade e Dinâmica dos Fluídos, como por exemplo. A partir do século XIX, diversos pesquisadores interessaram-se em resolver equações diferenciais sujeitas à certas condições iniciais para conseguir compreender novas aplicações e fenômenos, principalmente no ramo da física. Estas questões ficaram conhecidas como problema de Cauchy ou problema de valor inicial. Nesta produção, apresentaremos a definição formal de uma classe de equações diferenciais: a de primeira ordem e n variáveis. Além disso, enunciaremos e provaremos um magnífico teorema de existência e unicidade que responde, utilizando fortemente a teoria de Espaços Métricos, o problema de valor inicial.

Palavras-chave: Equações diferenciais ordinárias; Primeira ordem; Teorema de existência e unicidade.

1. Introdução

Primeiramente, considere o espaço euclidiano $\mathbb{R}^{n+1} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$ com coordenadas retangulares (t, x) , onde $t \in \mathbb{R}$ e $x \in \mathbb{R}^n$. Além disso, seja $U \subset \mathbb{R}^{n+1}$ um conjunto aberto que não necessariamente é da forma produto de abertos. Nestas condições, sejam $f : U \subset \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$ uma função contínua e $\frac{dx}{dt} = f(t, x)$ uma equação diferencial ordinária (EDO) de primeira ordem.

Um estudo bem interessante consiste na busca por soluções para tal equação. Formalmente, uma solução é uma função diferenciável $\varphi : J \rightarrow \mathbb{R}^n$, onde $J \subset \mathbb{R}$ é um intervalo, tal que para todo $t \in J$, tem-se $(t, \varphi(t)) \in U$ e $\frac{d\varphi}{dt}(t_0) = f(t_0, \varphi(t_0))$, $\forall t_0 \in J$, onde $\frac{d\varphi}{dt}(t_0)$ denota a derivada lateral correspondente no caso em que t_0 para um extremo de J .

Por mais inofensivo que pareça, buscar soluções analíticas de equações diferenciais ordinárias de 1^a ordem, com certas condições impostas, nem sempre é uma tarefa fácil, uma vez que não existe um único método de resolução que se aplique em todos os problemas. Podemos até questionar se sempre é possível encontrar soluções para tais problemas. A resposta é afirmativa, e a solução é única conforme o resultado principal deste trabalho.

2. Objetivos

Nesta produção, objetivamos apresentar um teorema clássico de existência e unicidade para o problema de valor inicial (PVI)

$$\begin{cases} x'(t) &= f(t, x) \\ x(t_0) &= x_0, \end{cases} \quad (1)$$

com $f : U \subset \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$ diferenciável e U aberto.

3. Metodologia

A abordagem metodológica dá-se pela revisão bibliográfica e pelo aprofundamento das discussões.

4. Resultados

4.1 Resultados preliminares

Antes de demonstrarmos o teorema de existência e unicidade, vejamos algumas definições e resultados cruciais sobre Espaços Métricos.

Definição 1. Uma função $d : M \times M \rightarrow \mathbb{R}$ é dita uma métrica do conjunto M se para quaisquer $x, y, z \in M$ tivermos $d(x, y) \geq 0$ (com a igualdade se $x = y$), $d(x, y) = d(y, x)$ e $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$. Além disso, a notação (M, d) indica um espaço métrico.

O ambiente dos espaços métricos é fundamental na análise em geral. Nele conseguimos estender diversas propriedades básicas dos espaços euclidianos, como por exemplo, as caracterizações de alguns tipos de sequências e também seu modo de convergência. Isso nos motiva a definir:

Definição 2. Uma sequência (x_n) em (M, d) chama-se de Cauchy quando

$$\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}; m, n > n_0 \Rightarrow d(x_m, x_n) < \epsilon.$$

Em particular, dizemos que o espaço métrico (M, d) é completo quando toda sequência de Cauchy em M é convergente.

Vejamos a seguir uma aplicação bem útil.

Aplicação 1. O espaço $(\mathcal{C}(A, B), d)$ tal que

$$\mathcal{C}(A, B) = \{g : A \longrightarrow B; g \text{ é limitada e contínua}\} \quad e \quad d(g_1, g_2) = \sup_{t \in A} \|g_1(t) - g_2(t)\|,$$

para $g_1, g_2 \in \mathcal{C}(A, B)$, é métrico.

Lema 1. Sejam $I \subset \mathbb{R}$ um intervalo compacto e $K \subset \mathbb{R}^n$ um subconjunto compacto. O espaço métrico $(\mathcal{C}(I, K), d)$, com a métrica $d(\varphi, \psi) = \sup_{t \in I} |\varphi(t) - \psi(t)|$, é completo.

Demonstração. Ver [3]. □

Esta última definição nos motiva a enunciar o seguinte resultado:

Teorema 1 (Teorema do Ponto Fixo). Sejam (X, d) é um espaço métrico completo e $F : X \longrightarrow X$ uma função que satisfaz $d(F(x), F(y)) \leq Kd(x, y)$ para todo $x, y \in X$, com $0 \leq K < 1$. Nestas condições, $\exists! p \in X$ tal que $F(p) = p$.

Demonstração. Primeiramente provaremos que $\exists p \in X$ tal que $F(p) = p$. De fato, sejam $x \in X$ e $x_n = F^n(x)$. Observe que:

Afirmção 1: (x_n) é uma sequência de Cauchy;

Tome m e n números naturais quaisquer tais que $m < n$. Usando a desigualdade triangular recursivamente, temos

$$d(x_m, x_n) \leq d(x_m, x_{m+1}) + d(x_{m+1}, x_{m+2}) + \dots + d(x_{n-1}, x_n).$$

Repare que,

$$d(x_l, x_{l+1}) = d(F(F^{l-1}(x)), F(F^l(x))) \leq K \cdot d(F^{l-1}(x), F^l(x)) \leq \dots \leq K^l \cdot d(x, F(x)),$$

para todo $l \in \{m, m+1, \dots, n-1, n\}$. Assim, segue que

$$\begin{aligned} d(x_m, x_n) &\leq d(x_m, x_{m+1}) + d(x_{m+1}, x_{m+2}) + \dots + d(x_{n-1}, x_n) \\ &\leq K^m d(x, F(x)) + K^{m+1} d(x, F(x)) + \dots + K^{n-1} d(x, F(x)) \\ &\leq \frac{K^m}{1-K} d(x, F(x)). \end{aligned}$$

Isso prova que (x_n) é uma sequência de Cauchy, pois para quaisquer $n > m$ temos que $K^m \rightarrow 0$ quando $m \rightarrow \infty$.

Afirmção 2: $d(x, x_m) \leq \frac{K^m}{1-K} d(x, F(x));$

Uma vez que X é completo e $(x_n) \subset X$ é uma sequência de Cauchy, pela afirmação anterior, existe um único $x \in X$ tal que $x_n \longrightarrow x$. Assim como na afirmação anterior, suponha $n > m$. Neste caso, temos

$$d(x, x_m) \leq d(x, x_n) + d(x_n, x_m) \leq d(x, x_n) + \frac{K^m}{1-K} d(x, F(x)).$$

Uma vez que $d(x, x_n) \rightarrow 0$, para $n \rightarrow \infty$, concluímos que

$$d(x, x_m) \leq \frac{K^m}{1-K} d(x, F(x)).$$

Afirmção 3: $F(x) = \lim x_n = x$;

Note que,

$$d(x, F(x)) \leq d(x, x_{m+1}) + d(x_{m+1}, F(x)) \leq \frac{2K^{m+1}}{1-K} d(x, F(x)).$$

Nestas condições, para $m \rightarrow \infty$, obtemos $d(x, F(x)) = 0$. Logo, $F(x) = \lim x_n = x$. Por fim, provaremos a unicidade do problema. Sejam p e q dois pontos fixos. Logo,

$$d(p, q) = d(F(p), F(q)) \leq Kd(p, q)$$

o que implica que $d(p, q) = 0$. Assim, $p = q$. □

Antes de prosseguirmos com a demonstração do teorema principal, vejamos um lema que reduz o problema de valor inicial definido em (1) a um problema de resolução de uma equação integral.

Lema 2. *Seja $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ uma função contínua. Então, uma função diferenciável $\phi : I_\alpha \rightarrow \mathbb{R}^n$ é uma solução do PVI (1) se, e somente se, for uma solução da equação integral*

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t f(s, x(s)) ds, \quad t \in I_\alpha.$$

Demonstração. Ver [1]. □

Inicialmente, definamos os conjuntos

$$I_a = \{t \in \mathbb{R}; |t - t_0| \leq a\} \quad \text{e} \quad B_b = \{x \in \mathbb{R}^n; \|x - x_0\| \leq b\},$$

além de $\Omega = I_a \times B_b$. Nestas condições, enunciaremos e provaremos o teorema clássico das EDOs de primeira ordem.

4.2 Teorema principal

Teorema 2 (Picard). *Seja $f : U \subset \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}^n$, com U aberto, uma função contínua tal que existe $K > 0$ que satisfaz $\|f(t, x) - f(t, y)\| \leq K\|x - y\|$, para todo $(t, x), (t, y) \in \Omega \subset U$. Se $\|f(w)\| \leq M$ em $w \in \Omega$, então existe uma única função diferenciável $\phi : I_\alpha \rightarrow \mathbb{R}^n$, onde $\alpha = \min\{a, b/M\}$, que é solução do PVI em (1).*

Demonstração. Seja o espaço métrico $(C(I_\alpha, B_b), d)$, com $d(g_1, g_2) = \sup_{t \in I_\alpha} |g_1(t) - g_2(t)|$ para $g_1, g_2 \in C(I_\alpha, B_b)$ quaisquer. Nestas condições, $(C(I_\alpha, B_b), d)$ é um espaço métrico completo pelo Lema 1, pois I_α e B_b são conjuntos compactos. Agora, para $g \in C(I_\alpha, B_b)$, seja a função

$$\begin{aligned} \varphi(g) : I_\alpha &\rightarrow \mathbb{R}^n \\ t &\mapsto x_0 + \int_{t_0}^t f(s, g(s)) ds \end{aligned}$$

Afirmção 1: $\varphi(g)$ está bem definida, para todo $g \in C(I_\alpha, B_b)$;

É fácil ver que tal afirmação é verdadeira, pois uma vez que f é contínua, ela também é integrável.

Afirmção 2: $\varphi(g) \in C(I_\alpha, B_b)$, para todo $g \in C(I_\alpha, B_b)$;

De fato, seja $\varphi(g) \in \varphi(C(I_\alpha, B_b))$, com $g \in C(I_\alpha, B_b)$. Note que $\varphi(g)$ é uma função contínua pois para todo $\varepsilon > 0$, existe $\delta = \frac{\varepsilon}{M} > 0$ tal que $|x - a| < \delta$ implica

$$|\varphi(g)(t) - \varphi(g)(a)| \leq \int_a^t |f(s, g(s))| ds \leq M|t - a| < M\delta < \varepsilon.$$

Além disso, para todo $t \in I_\alpha$, temos

$$\|\varphi(g)(t) - x_0\| = \left\| \int_{t_0}^t f(s, g(s)) ds \right\| \leq \int_{t_0}^t \|f(s, g(s))\| ds \leq M|t - t_0| \leq M \cdot \alpha \leq b.$$

Logo, $\varphi(g)(t) \in B_b$ e, conseqüentemente, sucede-se nossa afirmação.

Afirmção 3: φ é uma contração;

De fato, perceba que tomando $g_1, g_2 \in C(I_\alpha, B_b)$, temos

$$d(\varphi(g_1), \varphi(g_2)) \leq K \int_{t_0}^t \|g_1(s) - g_2(s)\| ds = K \cdot |t - t_0| \cdot d(g_1, g_2) \leq K\alpha \cdot d(g_1, g_2).$$

Dessa forma, concluímos que φ é uma contração se $K\alpha < 1$. Portanto, basta tomar $\alpha < 1/K$.

Repare que, pelas *Afirmções 1, 2 e 3*, podemos utilizar o Teorema do Ponto Fixo de Banach para garantir que φ possui um único ponto fixo, isto é, existe um único $\phi \in X$ tal que $\varphi(\phi) = \phi$. Portanto, concluímos que

$$\phi(t) = \varphi(\phi)(t) = x_0 + \int_{t_0}^t f(s, \phi(s)) ds, \quad t \in I_\alpha.$$

e pelo Lema 2, concluímos que ϕ é diferenciável e solução do PVI. □

5. Considerações Finais

Nesta produção, a partir da revisão bibliográfica discutimos sobre o teorema de existência e unicidade de soluções para uma determinada classe de equações. Ainda há muito que reverberar dentro dessa mesma classe de equações e muito mais se mudarmos, por exemplo, a ordem da equação ou o número de variáveis, permitindo assim a modelagem de diversos problemas da física, economia, biologia dentre outras áreas.

Referências

- [1] MEDEIROS, A. A.; OLIVEIRA, M. de L. **Equações Diferenciais Ordinárias**, 2009.
- [2] SOTOMAYOR, J. A. P. **Equações Diferenciais Ordinárias**. Notas de Aula.
- [3] LIMA, E. L. **Espaços Métricos**. 5.ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2017.



ESTUDOS E TÉCNICAS COMPUTACIONAIS PARA AVALIAR A EFICIÊNCIA DO SOFTWARE PALEOIMAGE

Janaína Lima Duarte¹

Katia Pires Nascimento do Sacramento²

RESUMO: O estudo sobre a detecção de objetos em imagens vem se tornando um dos principais destaques da área computacional e matemática. O presente trabalho apresenta um estudo e análise do algoritmo Speeded-Up Robust Features (SURF), proposto em 2006 por (BAY et al., 2006), o mesmo é uma técnica de invenção computacional de última geração que se aplica na rápida detecção, descrição e correspondência de recursos de imagem invariáveis de escala e rotação. A presente pesquisa tem como objetivo analisar o desempenho do algoritmo SURF quando aplicado a um processo de detecção de pontos de interesse de uma imagem, e também, como determinar pontos de extração comuns em duas imagens distintas, logo que, de acordo com os estudos e levantamentos realizados, o algoritmo SURF consegue segmentar com êxito regiões de interesse em uma ou mais imagens.

Palavras-chave: SURF. Detecção. Pontos de interesse. Imagens.

1. Introdução

O reconhecimento de objetos em imagens está presente atualmente em inúmeros desenvolvimentos tecnológicos, mesmo quando este recurso é considerado um dos maiores desafios para estudiosos da área matemática e computacional. A proposta deste trabalho é realizar um estudo e análise do algoritmo Speeded-Up Robust Features (SURF), proposto em 2006 por (BAY et al., 2006), para assim, conhecer as técnicas, comportamento e desempenho do mesmo no que diz respeito a identificação de pontos de interesse em imagens de escala e rotação.

O SURF é considerado um algoritmo rápido e robusto para a extração e descrição de pontos de interesse em imagens, este algoritmo tem um desempenho muito similar ao Scale Invariant Feature Transform (SIFT), porém o SURF tem uma vantagem, ele descobre os pontos de interesse mais rapidamente (BUENO, 2011). Ainda segundo (BAY et al., 2006), o

¹ Universidade Regional do Cariri, e-mail: janainab322@gmail.com

² Universidade Regional do Cariri, e-mail: katia1pires@hotmail.com



algoritmo SURF pode ser dividido em três etapas: a princípio em pontos de interesse que são selecionados em localizações diferentes das imagens, em seguida, pela proximidade de todos os pontos de interesse onde é representada por um vetor de características e por fim, os vetores descritos são determinados entre imagens distintas.

Nesse contexto, podemos dizer que torna-se importante a realização de análises sistemáticas que geram dados que apresentam o desempenho computacional requisitado por algoritmos detectores e descritores de imagens, uma vez que, para se fazer o uso de tais algoritmos presentes na literatura é necessário analisar outras propriedades além do desempenho computacional exigido pelos mesmos, como o custo computacional por exemplo.

Assim, neste projeto é apresentada uma breve análise das qualidades do algoritmo do Speeded-Up Robust Features (SURF), o mesmo foi escolhido para estudo por obter propriedades que auxiliam na investigação de técnicas de casamento padrão que são utilizados por alguns algoritmos de detecções de características. Deste modo, apresentaremos no decorrer deste trabalho tais atributos aqui apontados.

2. Objetivos

Neste trabalho o objetivo principal é analisar o desempenho do algoritmo Speeded-Up Robust Features (SURF) quando aplicado a um processo de detecção de pontos de interesse de uma imagem, onde esta identificação pode ser feita em localizações distintas da imagem, como cantos, borrões, e junções T.

3. Metodologia

Para o desenvolvimento do projeto, fez-se necessário um levantamento bibliográfico acerca de estudos sobre as técnicas que o algoritmo SURF utiliza para detectar, descrever e reconhecer pontos de interesse em imagens, além de análise de como funciona a execução do mesmo.

Para produzir a identificação dos pontos chave, o SURF executa este procedimento por meio de filtros Haar, que é um método de calcular Wavelet, onde o descritor descreve uma resposta do cálculo feito pelo Wavelet Haar dentro das localidades próximas do ponto de



interesse. Esta computação é feita baseada no determinante da Matriz Hessiana que destacamos a seguir:

$$H(f) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

Neste processo é calculado as derivadas de segunda ordem da Gaussiana, manipulando as integrais de imagens que permitem um rápido processamento dos filtros, para assim, obter a localização e dimensão do ponto desejado, as localizações são intercaladas onde procura-se desprezar pontos de baixo contraste, do mesmo modo que é feito no SIFT o principal concorrente do SURF.

4. Resultados

O resultado neste trabalho, indica o estudo e análise que fizemos do algoritmo SURF, que foi desenvolvido para detectar e descrever ponto chave de uma imagem.

Desenvolvemos esta pesquisa com o intuito de compreender e observar como o SURF se comporta no que diz respeito ao reconhecimento de imagens para que assim, possamos através do mesmo avaliar as técnicas computacionais que estão sendo desenvolvidas para o software paleoimage que busca combater o tráfico e furtos de fósseis do Ceará.

Com os estudos e análises realizados, podemos constatar que o próprio é baseado em propriedades similares, com uma multiplicidade ainda mais simples que outros algoritmos ligeiramente parecidos, como o SIFT citado ao longo do trabalho. O SURF é considerado computacionalmente muito rápido, isto se dá pelo fato do mesmo ser um algoritmo detector e descritor de ponto chave invariante a rotação e a escala, o que é muito importante para a comparação entre pontos de interesse em imagens diferentes existentes nos sistemas que requerem reconhecimento de objetos.

O SURF segue dois estágios na sua execução, que é a extração e descrição dos pontos de interesse, o primeiro resumir-se em firmar uma direção que seja executável, isto é baseado em informações que serão adquiridas a partir de uma região arredondada que se encontra em torno do ponto de interesse, como mostra a figura abaixo:

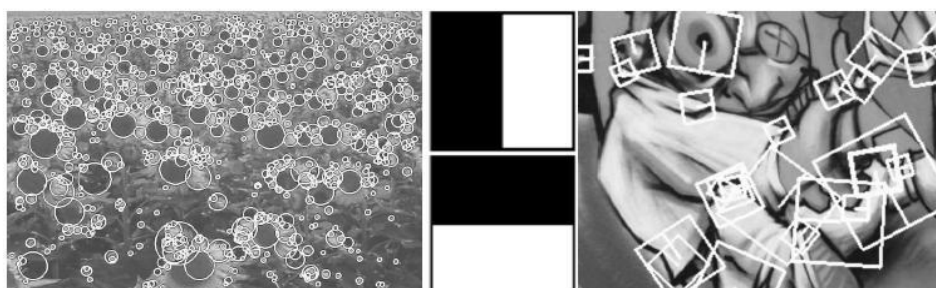


Figura 1: A esquerda: pontos desejados localizados para um campo de girassol. Centro: Haar wavelet que se faz uso no SURF. A direita: Detalhamento de uma cena grafite destacando o tamanho da janela do descritor em diferentes dimensões.
 Fonte: (BAY et al., 2006).

A cena a esquerda exhibe de modo claro a natureza dos descritores que se baseiam nos detectores hessian, de imediato a direita podemos notar o descritor em diferentes escalas, ou seja, é construído uma região quadrada igualando-se com a direção selecionada, a partir dessa localidade é extraído o descritor SURF.

5. Considerações Finais

Inúmeros algoritmos para detecção de ponto chave têm sido trabalhados e estudados nas áreas tanto de visão computacional quanto matemática. A presente investigação buscou averiguar e estudar técnicas computacionais que se aplicam na rápida detecção e descrição de recursos de imagens, como métodos de aquisição, técnicas de processamento e reconhecimento, tendo como objetivo automatizar tarefas que são realizadas normalmente pela visão humana.

Constatamos que o algoritmo SURF faz uma detecção rápida dos pontos desejados, que sua execução pode ser realizada em sistemas de tempo real, e em máquinas comuns e que mesmo com processos simples serão obtidos bons resultados, porém, é importante salientar



que mesmo com todo esse destaque que este algoritmo vem ganhando, ainda existem algumas áreas computacionais do mesmo que precisam ser estudadas e analisadas para deste modo, se ter uma melhor compreensão e se obter um melhor desempenho no que diz respeito a velocidade e precisão de processamento do mesmo.

Referências

BAY, H.; TUYTELAARS, T.; VAN GOOL, L. J. **SURF: Speeded up robust features**. In European conference on Computer Vision, pp. 404-417, 2006.

BUENO, L. M. **Análise de descritores locais de imagens no contexto de detecção de semi-réplicas**. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2011.

EHSAN, S.; KANWAL, N.; BOSTANCI, E.; CLARK, A.; MC-DONALD-MAIER, K. **Analysis of Interest Point Distribution in SURF Octaves**. 2010 The 3rd International Conference on Machine Vision (ICMV2010), 2010-12-28- 2010- 12-30, Hong Kong.

MAIA, J. G. R. **Detecção e reconhecimento de objetos usando descritores locais**. [s.l.]: Departamento de Computação, Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, 2010.



FERRAMENTAS DIGITAIS COMO RECURSO METODOLÓGICO NO ENSINO DE MATEMÁTICA DO FUNDAMENTAL II

Iza Silva Campos¹

RESUMO: Com as aulas presenciais interrompidas devido à pandemia da Covid-19, a comunidade escolar teve que se adequar a uma nova realidade educacional, onde o uso da tecnologia deixou de ser uma ferramenta extra e tornou-se um recurso utilizado de forma habitual. Mesmo com o acesso à internet sendo uma realidade no cotidiano escolar seja da rede pública ou privada, muitos são os obstáculos enfrentados pela comunidade escolar, em especial pelo docente da matemática. A busca incansável por um modelo de aula remota que seja eficaz, nos instiga a repensar o sentido de aprendizagem efetiva, fazendo o docente em atividade buscar possibilidades metodológicas que além de oferecer suporte para a fluidez do processo de ensino-aprendizagem, também se enquadrem no objetivo de incentivar os estudantes em busca de conhecimento. Nesta perspectiva colocaremos em ênfase o uso de recursos disponíveis, estes recursos se destacaram entre os demais disponíveis, por serem livres, de fácil acesso e navegabilidade, bem como por serem recebidos pelos estudantes com entusiasmo, despertando interesse e curiosidade. Inicialmente será utilizada a plataforma GoGonqr, nessa será exposto o uso de flashcards, como ferramenta que pode potencializar o estudo de conceitos matemáticos diversos. Dando continuidade a abordagem, serão apresentadas as possibilidades e funcionalidades na plataforma Socrative como exemplo de gameificação. Como serão apresentadas duas ferramentas, é esperado que para o desenvolvimento a exposição seja realizada em dois momentos, sendo cada um com duração de 1:30 min., que serão realizados no turno da noite. Para um melhor aproveitamento das propostas apresentadas os participantes deverão (preferencialmente) ter acesso a um computador, contudo é importante ressaltar que independente do dispositivo utilizado pelo participante este deverá estar conectado à internet. De maneira prévia, faz-se necessário realizar cadastro gratuito nas plataformas que serão trabalhadas, a saber: GoGonqr (Endereço eletrônico -<https://www.goconqr.com/pt-BR>) e Socrative (Endereço eletrônico - <https://www.socrative.com/>).

Palavras-chave: Recursos livres. Gameificação. Metodologia ativa.

Referências

- [1] MOTA, Ronaldo; SCOTT, David. **Educando para inovação e aprendizagem independente**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.
- [2] FADEL, Luciane; ULBRICHT, Vania; BATISTA, Claudia; VANZIN, Tarcísio; **Gameificação na Educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014.
- [3] MATTAR, João. **Games em educação: como os nativos digitais aprendem**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

¹ Colégio Unicenter – Juazeiro do Norte, e-mail: izacampos2013@gmail.com



INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL NA EDUCAÇÃO: possibilidades para aprimorar o ensino e a aprendizagem

Vanusa Costa dos Santos Lima ¹

Davi Alves Pereira ²

Samya de Oliveira Lima ³

RESUMO: O presente trabalho é um relato de experiência de um minicurso intitulado Inteligência Artificial na Educação, trazendo as possibilidades dessa tecnologia para a sala de aula. Esse tema de grande relevância, aborda transformar o ensino e a aprendizagem no ensino em geral e no ensino da matemática. O artigo foi produzido em cima das pesquisas e estudos para o minicurso e dos resultados dele, tendo Fernandes (2003,2005) como autor estudado sobre o assunto. O intuito desse trabalho é deixar registrado a experiência vivenciada e mostrar as contribuições dessa tecnologia para o meio educacional, especificando um pouco a área da matemática, com a apresentação do sistema tutor Pat2Math, que foi um dos objetivos do minicurso. Para o estudo e realização do minicurso, foi feito pesquisas bibliográficas sobre o tema. Mediante a aplicação do minicurso os resultados demonstraram satisfatórios aos objetivos do presente estudo. A discussão sobre o tema proporcionou aos alunos participantes perspectivas de mudanças futuras no ensino em geral e também da matemática, reconhecendo que as tecnologias com Inteligência Artificial são o futuro da educação e também de outros âmbitos da sociedade.

Palavras-chave: Inteligência Artificial. Educação. Minicurso.

1. Introdução

Estamos vivendo na era da informação, da tecnologia e do conhecimento, onde as pessoas estão conectadas o tempo todo, as informações são em tempo real e temos a nossa disposição uma infinidade de conhecimentos. As tecnologias são utilizadas praticamente em todos os ramos do conhecimento e âmbitos da sociedade, pois as facilidades que ela proporciona são inúmeras, e atualmente, a tecnologia tem se tornado cada vez mais estratégica e vem avançando com uma velocidade absurdamente rápida, criando várias vertentes, e uma delas, é a Inteligência Artificial, uma das principais tecnologias inovadoras da atualidade.

¹ Graduando em Matemática, Universidade Regional do Cariri; vanusalima2108@gmail.com;

² Graduando em Matemática, Universidade Regional do Cariri; daviaalvesjpp16@gmail.com;

³ Mestre em Matemática, Universidade Regional do Cariri; samyalima.urca@gmail.com.



A Inteligência Artificial (IA) é um ramo da ciência da computação que se propõe a elaborar dispositivos que simulem a capacidade humana de raciocinar, perceber, tomar decisões e resolver problemas, a capacidade de ser inteligente. É também considerada um campo de estudo acadêmico, cujo propósito é estudar, desenvolver e empregar máquinas para realizarem atividades humanas de maneira autônoma. Para Luger e Subblefield (apud FERNANDES, 2005, p. 2), Inteligência Artificial é o ramo da computação preocupada com a automação de comportamento inteligente.

Um dos setores da sociedade em que se pode aproveitar e muito os benefícios da Inteligência Artificial é a educação. Atualmente, no mundo inteiro, cada vez mais escolas e universidades estão utilizando essa tecnologia ao seu favor, tornando ainda melhor o ensino em sala de aula, e também fora dela. São inúmeras as ferramentas com Inteligência Artificial que estão disponíveis para os alunos, ferramentas de fácil acesso, inovadoras, que engajam os alunos, tornando o aprendizado mais leve.

Diante disso, este trabalho se fundamenta em um relato de experiência de um minicurso realizado nos dias 03 e 04 de dezembro de 2019, com esse mesmo título: “Inteligência Artificial na Educação: possibilidades para aprimorar o ensino e a aprendizagem”. O minicurso foi realizado com o intuito de apresentar esse tema para os acadêmicos, mostrando as tendências dessa tecnologia na educação e as ferramentas e plataformas que eles mesmos podem está acessando. O foco foi analisar como esta tecnologia pode melhorar o ensino e a aprendizagem e o que podemos trazer para a nossa realidade.

2. Objetivos

- Reconhecer as tecnologias artificiais e suas contribuições no ensino e aprendizagem da matemática.
- Discutir sobre resoluções de problemas matemáticos com o auxílio de tecnologias.
- Apresentar o sistema tutor Pat2math em resoluções de equações matemáticas.



3. Metodologia

Inicialmente, foi feito o estudo sobre Inteligência Artificial e Inteligência Artificial na Educação. Através de pesquisas bibliográficas e artigos sobre o tema, criamos uma base para construir o nosso material para a realização no minicurso. No primeiro dia, foi trabalhado, através de exposição em slide PowerPoint, sobre a história da Inteligência Artificial e seus avanços até o dia de hoje, desde o artigo de Warren McCulloch e Walter Pitts em 1943, que fala pela primeira vez em redes neurais até a criação de assistentes virtuais, como a Siri da Apple e a Cortana da Microsoft. Em seguida foi feito um debate, introduzindo a Inteligência Artificial na Educação, perguntando aos participantes o que eles já ouviram falar sobre, se conhecem algum exemplo de IA na Educação. O debate foi curto, então voltamos para o slide e mostramos os exemplos de escolas e universidades no Brasil e no Mundo que já utilizam de Inteligência Artificial no seu cotidiano, e os pontos em que essa tecnologia contribui para os alunos e professores.

Em um segundo momento, após uma pausa para o intervalo, explicamos sobre os sistemas de tutores inteligentes e as plataformas adaptativas, que são programas desenvolvidos com inteligência computacional, são capazes de sugerir aos alunos a forma como eles tendem a aprender melhor, a cada aluno a ferramenta vai oferecer sugestões personalizadas, ou seja, quanto mais o estudante se dedica à plataforma, mais a ferramenta aprende sobre ele e mais específicas são suas sugestões. Existem diferentes plataformas e sistemas de tutoria, dos mais variados tipos. Foram apresentados algumas, como o Grockit, ScootPad e o Geekie Games. Por ultimo, trabalhamos a Inteligência Artificial na Educação à Distância, mostrando como os ambientes virtuais de aprendizagem EAD evoluíram em importantes aspectos: a facilidade do uso, interação com usuário, disponibilidade de feedback para tutor e diminuição da necessidade de encontros presenciais, graças a introdução da Inteligência Artificial.

No segundo dia fomos para a pratica, apresentamos um Sistema Tutor Inteligente para o ensino de expressões algébricas, o Pat2Math. Introduzimos com um vídeo, explicando sobre o sistema e suas ferramentas, e em seguida fomos apresentar ele de fato. Fizemos login no sistema e mostramos passo a passo como ele funciona. Para entrar no Pat2Math é bem fácil,



ele é um sistema online, onde não precisa baixar nenhum aplicativo, qualquer pessoa pode entrar pelo Google, realizando um cadastro com e-mail e senha. No final, foi dividido os participantes em duas equipes e entregue papel madeira e pinceis para cada. A atividade era eles darem sugestões de aplicar a Inteligência Artificial nas escolas do município e até mesmo na nossa universidade.

Vale ressaltar, que existe várias tecnologias educacionais com uso de Inteligência Artificial além de Plataformas Adaptativas e Sistema Tutores Inteligentes. Segundo uma notícia do Portal da Indústria, estudo aponta ferramentas que serão usadas até 2030, como Learning analytics, Robótica inteligente educacional, Fones de Ouvido “tradutores”, Óculos inteligentes e Ecossistemas educacionais. O nosso minicurso deu foco nos sistemas de tutoria e plataformas, que são as formas de Inteligência Artificial mais próximas da nossa realidade e ao nosso alcance.

4. Resultados

Mediante aplicação do minicurso os resultados demonstraram satisfatórios aos objetivos do presente estudo. A discussão sobre o tema proporcionou aos alunos perspectivas de mudanças futuras no ensino da matemática. Os próprios participantes deram algumas sugestões para utilizar a Inteligência Artificial na nossa Universidade, como criar plataformas de estudos para cada curso, para ser trabalhadas concomitantemente com a sala de aula e alguns alunos do curso de biologia que estava participando, deram a sugestão de plataformas atreladas ao laboratório de biologia, que sejam práticas e acessíveis para o aprendizado deles. Uma sugestão geral, de todos os participantes, é que os professores utilizem mais as tecnologias para dar as suas aulas, que pensem em aulas mais práticas.

Sabemos que as tecnologias são bastante utilizadas, e, usá-las a favor do aprendizado apresenta-se como uma estratégia de ensino que pode elevar os níveis de compreensão e assimilação dos conteúdos consideravelmente. Permite um desenvolvimento mutuo entre professor e aluno, pois a esse possibilita uma autonomia cognitiva individual de aprendizagem, como também ao professor que conseguirá ter uma visão mais ampla dos alunos, trabalhando em conjunto com os mesmo, tendo maior administração dos níveis de



compreensão, como por exemplo, a distinção dos alunos que possuem mesmas dificuldades, desenvolvimento e, aos alunos mais avançados instigando-os a novos desafios.

Entretanto, existem certos obstáculos na inserção de tecnologias no ensino da matemática que devem ser superados para que o objetivo principal quanto ao seu uso seja alcançado. No decorrer do minicurso foram apontados os entraves, um deles é na questão da estrutura escolar. Existe uma série de fatores que identificam se a estrutura escolar é adequada ou não, para isso, basta analisar como se dar a questão estrutural, funcional e operacional da escola. Um ambiente marcado por pressões gestorial, descuido físico, despreparo dos funcionários, baixo índice de inovação e criatividade, forte tendência tradicionalista em sala, são alguns fatores inibidores da implantação de tecnologias educacionais.

Por outro lado, de nada adiantaria ter a tecnologia e estrutura física a disposição sem ter profissionais que saibam trabalhar com tecnologias em sala, mais especificadamente, com o sistema tutor Pat2math. Por esse motivo, tomar como metodologia de ensino o uso das tecnologias fará que no percurso acadêmico dos futuros professores a temática seja não somente abordada, mas, sim, trabalhada efetivamente.

Dessa forma, o uso da tecnologia assertiva em sala de aula traz uma possibilidade de ensino que condiciona os alunos para a sua auto-aprendizagem, condição essa tão almejada em todo o contexto educacional. Por fim, mediante aplicação do minicurso ficou evidente os benefícios a educação, os entraves e possíveis soluções quanto ao uso das tecnologias educacionais, como o uso de Inteligência Artificial, Plataformas Adaptativas e Sistema Tutores Inteligentes.

5. Considerações Finais

Ao final, podemos perceber o aprendizado sobre o assunto tanto dos participantes como nós que estávamos ministrando o minicurso. Apesar da turma de participantes ter sido pequena, foi muito proveitoso os dois dias, eles participavam e se interessavam pelo o conteúdo abordado.



Podemos concluir também a importância desse assunto para a nossa vida acadêmica, como futuros professores, pois cada vez mais a tecnologia estará presente na nossa vida e na sala de aula, e devemos estar preparados para essa nova realidade.

Referências

BOAVENTURA, Helayne. **Inteligência Artificial nas escolas**: estudo aponta ferramentas que serão usadas até 2030. Portal da Indústria, 2019. Disponível em: <https://noticias.portaldaindustria.com.br/noticias/educacao/inteligencia-artificial-nas-escolas-estudo-aponta-ferramentas-que-serao-usadas-ate-2030/>. Acesso em: 11 nov. 2020

FERNANDES, Anita Maria da Rocha. **Inteligência artificial**: noções gerais. Florianópolis: Visual Books, 2003.

FERNANDES, A. M. da R. **Inteligência Artificial**: noções gerais. Florianópolis: Visual Books, 2005

PAT2Math. Disponível em: <<http://pat2math.unisinos.br>>. Acesso em: 09 nov. 2020



JOGO DA MEMÓRIA: uma abordagem matemática

Jucy Saraiva Sindeaux¹

Aureliana Belém Tavares²

Luciana Maria de Souza Macêdo³

RESUMO: Os jogos, um intermediário entre os estudos e as brincadeiras, estão sendo cada vez mais inseridos em sala de aula na tentativa de auxiliar o ensino e a aprendizagem não somente da Matemática como também de outras disciplinas. Tendo em vista que tais materiais didáticos estão conquistando um novo espaço como ferramenta pedagógica, se faz necessário a análise de sua real eficácia. Sabendo disso, inicialmente, foi aplicado um questionário sobre o conteúdo de Frações, para serem observadas as maiores dificuldades apresentadas em sala de aula, posteriormente a isso foi desenvolvido um jogo com base nas principais dificuldades apresentadas pelos alunos, a fim de aprimorá-las e desenvolver novas habilidades. Após a aplicação do Jogo da Memória, foi feito um outro questionário e nesse, constatou-se uma melhora de, aproximadamente, vinte e cinco por cento de acertos. Confirmando a ideia inicial de que os jogos, se aplicados de forma correta, só têm a acrescentar no desenvolvimento escolar, facilitando a vida dos estudantes e também dos professores.

Palavras-Chave: Ensino-aprendizagem; Jogo da Memória; Matemática.

1. Introdução

Tentar aumentar o desempenho dos alunos é um fato bastante desafiador para os professores e a gestão escolar, eles devem estar sempre na busca de novos meios para prender a atenção dos alunos para os conteúdos e fazer com que estes se interessem pelo que está sendo apresentado.

¹ Universidade Regional do Cariri, e-mail: jucysaraiva20@gmail.com

² Universidade Regional do Cariri, e-mail: aureliana.belem@urca.br

³ Universidade Regional do Cariri, e-mail: luciana.macedo@urca.br



Sabe-se que a criatividade se apresenta-se como um fator fundamental para o desenvolvimento de novas atividades no meio educacional, mas, para se aplicar algo novo, criativo, divertido e inovador, se faz necessário vencer as resistências. Como dizem Natalia Bernabeu e Goldstein (2012):

Quando começamos a propor em aula atividades que desenvolvem a conduta lúdica e a criatividade, é preciso não só vencer os próprios temores e ansiedades, mas superar também as resistências que os alunos manifestam diante daquilo que é estranho ou novo para eles. (BERNABEU; GOLDSTEIN, 2012, p. 135).

O jogo se tornou um caminho viável para o ensino não só da Matemática como também das outras áreas de conhecimento, visto que, além de atrair a atenção dos alunos, torna a aprendizagem mais divertida e descontraída, fazendo com que o aluno busque sempre mais o conhecimento. Segundo Grando (2004), a Matemática habita os nossos pensamentos e, por este motivo, os jogos tornam-se um mecanismo importante no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Vale ressaltar que o jogo é de suma importância, pois esse desenvolve várias atividades (físicas ou mentais), auxiliando na fixação de conteúdos e aprimorando nas coordenações motora e muscular. Além disso, libera sensações de prazer, felicidade, emoção e tensão.

Sabendo que os jogos possuem vantagens e desvantagens, faz-se necessário analisar atentamente o desempenho e o desenvolvimento dos alunos frente aos jogos, observando os prós e os contras, para assim, pensar na continuidade da aplicação ou não dos jogos.

2. Objetivos

Buscar conhecer as dificuldades dos alunos, para assim, aprimorar e desenvolver novas habilidades, bem como incentivar os professores a abordarem cada vez mais uma aula lúdica, dinâmica e atrativa.



3. Metodologia

A pesquisa possui características de natureza básica e exploratória, onde seu universo está centrado na rede de Ensino Fundamental, podendo também estender-se ao Ensino Médio. Foram utilizados livros pedagógicos como fonte de pesquisa, além de questionários e aplicações de jogos.

Inicialmente, foi apresentado um questionário sobre o conteúdo de Frações, onde estava inserido em uma Web Quest, a qual detinha de algumas revisões breves de alguns conceitos como o de numerador e denominador, além das regras de adição, subtração, divisão e multiplicação de frações. Nela, os alunos puderam relembrar os assuntos já citados, os quais, foram aplicados nas questões propostas.

Após essa análise, foi observado que a maioria dos alunos detém dificuldades com a parte da divisão e interpretação de problemas, além da dificuldade de relembrar regras necessárias para a resolução das questões.

Tendo em vista este fato, foi elaborado um Jogo da Memória sobre as Frações, o qual buscava desenvolver as habilidades dos alunos, fazendo com que eles diminuíssem suas dúvidas em relação ao conteúdo proposto, aprimorando suas capacidades de memorização.

4. Resultados

Com o jogo apresentado, foram desenvolvidas questões envolvendo as quatro operações básicas, regras e conceitos sobre as frações. Foram realizadas mais de uma partida e a cada partida era notório o desenvolvimento das crianças. Elas conseguiam pensar e responder as operações cada vez mais rápido, ao tempo que se divertiram durante a construção do seu conhecimento. O aluno assume a postura de protagonista do processo de aquisição dos conteúdos matemáticos.



Ao final, foi feito um novo questionário, e nele, constatou-se, de fato, uma melhora na aprendizagem dos participantes, pois a maioria das questões foi respondida de forma correta. Se inicialmente tinha, em média, 55% de acertos, após a aplicação do jogo o resultado subiu para 80% de acertos.

5. Considerações Finais

Notando-se que a utilização do jogo matemático ajuda a internalizar melhor os conceitos, se esses forem aplicados buscando objetivos em específico, percebe-se que o aluno passa a ter um grande avanço no processo de aquisição do conhecimento.

Ao analisar as dificuldades presentes nas salas de aula e tendo em vista que os jogos contribuem de forma positiva para a aprendizagem, eles são sim uma forma viável para ajudar no desenvolvimento do ensino. Além de serem eficazes, se aplicados de forma correta torna o estudo mais prático e dinâmico.

6. Referências

GRANDO, Regina Célia. **Livros didáticos**: o jogo e a matemática no contexto da sala de aula. São Paulo, SP: Paulus, 2004.

BERNABEU, Natalia; GOLDSTEIN, Andy. **A brincadeira como ferramenta pedagógica**, São Paulo, SP: Paulinas, 2012.



MATEMÁTICA E INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL CONTRA A COVID-19

Ozana da Silva Alencar ¹

RESUMO: A covid-19 é uma doença contagiosa que tomou proporção mundial e afetou a sociedade nas suas diversas dimensões. Apenas 10 países não registraram casos até o dia 26 de novembro de 2020, isto é, em menos de um ano da sua eclosão. Até esse mesmo dia foram registrados mais de 60 milhões de casos em todo o mundo, sendo 6.204.570 no Brasil, causando 171.497 mortes no país. Diversas áreas do conhecimento se uniram no enfrentamento à pandemia, dentre elas, destacaremos nesse trabalho a matemática e a inteligência artificial. Desde os primeiros registros da doença a matemática tem contribuído através de projeções feitas com modelos matemáticos que com muita precisão vislumbram diferentes futuros cenários a depender diretamente das medidas adotadas no presente. Além disso, a matemática oferece também uma ferramenta indispensável: a estatística. A inteligência artificial por sua vez tem cooperado para a triagem e o pré-diagnóstico da doença por meio de *sites* e aplicativos que simulam consultas médicas. Além disso, a inteligência artificial vem sendo usada no combate às *fake news* (notícias falsas). Esse trabalho objetiva por intermédio da pesquisa, fomentar discussões a respeito da covid-19 e de como a matemática e a inteligência artificial têm colaborado na luta pela redução do número de casos e pela cura definitiva. Anseia também que através de tais debates o conhecimento produzido resulte em novas ferramentas de enfrentamento ao vírus.

Palavras-chave: Coronavírus. Inteligência artificial. Matemática.

1. Introdução

A covid-19 é uma doença causada por um vírus corona, cientificamente chamado de SARS-CoV-2. De origem inglesa, a sigla SARS significa *Severe Acute Respiratory Syndrome*, que em português quer dizer Síndrome Respiratória Aguda Grave. A família de vírus à qual pertence o coronavírus é abreviadamente chamada de CoV e por fim o número 2 diferencia o novo coronavírus do SARS-CoV que em 2002 embora não tenha tomado a proporção de uma pandemia, também causou muita preocupação.

Os primeiros casos de covid-19 ocorreram em dezembro de 2019 em Wuhan, China. O primeiro caso no Brasil foi confirmado em 26 de fevereiro de 2020 em São Paulo quando um homem de 61 anos ao retornar de uma viagem à Itália testou positivo para o SARS-CoV-2. Segundo o *site* do G1, foram registrados no Brasil 6.204.570 casos e 171.497 mortes até o dia

¹ Universidade Regional do Cariri, e-mail: ozana.alencar@urca.br



26 de novembro de 2020 e no mundo o número de infectados já ultrapassa a marca dos 60 milhões.

A rápida disseminação do vírus por meio do contágio levou as unidades de saúde ao colapso, elevou de acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, o número de desempregados no Brasil em 33,1% chegando a 13,5 milhões no mês de setembro. Além disso, segundo a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura – UNESCO, o estudo de 91% dos alunos do planeta foi impactado pela pandemia. Essas são apenas algumas das esferas atingidas fortemente pela covid-19, na melhor das hipóteses os impactos levarão muito tempo para serem totalmente conhecidos, se possível for.

Além da louvável contribuição dos profissionais da saúde, algumas outras áreas do conhecimento também têm se dedicado a essa causa. Dentre elas, ressaltamos a matemática e a inteligência artificial, e é sobre as suas contribuições que versa este trabalho.

2. Objetivos

Esse trabalho objetiva fomentar uma discussão a respeito da covid-19 e de como a matemática e a inteligência artificial têm colaborado na luta pela redução do número de casos e pela cura definitiva. Anseia também que através desse debate, o conhecimento produzido resulte na produção de um material de qualidade para futuras revisões bibliográficas e sobretudo em novas ferramentas de combate à pandemia.

3. Metodologia

Como o tema abordado é recentíssimo, as fontes de pesquisa disponíveis são os *sites* da *internet*. Assim a abordagem metodológica deste trabalho consiste na pesquisa feita a esses *sites* e na análise das informações obtidas. Os *sites* em questão foram cuidadosamente escolhidos com base na sua relevância e confiabilidade.

4. Resultados

Desde março de 2020 o Brasil tem enfrentado um dos seus maiores desafios, uma crise sanitária sem precedentes que afetou praticamente todos os setores do país. A matemática e a inteligência artificial vêm oferecendo subsídios para o enfrentamento da pandemia.



A modelagem matemática objetiva descrever os problemas reais da humanidade numa linguagem matemática para que assim possa solucioná-los através da teoria abstrata previamente formulada. Quando se trata de epidemias e/ou pandemias não é a primeira vez que a prática da modelagem matemática é bem sucedida. Em 1760, o matemático Daniel Bernoulli, pioneiro neste ramo, criou um modelo com equações diferenciais e contribuiu significativamente para a erradicação da doença infecciosa causada pelo vírus da varíola. Modelos também foram criados para diversos tipos de gripes, para o vírus do HIV entre outras doenças.

Observando-se o histórico das modelagens matemáticas aplicadas à epidemiologia nota-se que quando a disseminação da doença é retratada em um gráfico, geralmente ele assume o formato de um sino onde quanto mais rápido for o espalhamento, mais agudo é o sino e quanto mais lento for o contágio, mais achatada é a curva, por isso a expressão “precisamos achatar a curva” passou a fazer parte do vocabulário de muitos nos últimos meses. A curva muito aguda significa que em pouco tempo surgiram muitos novos enfermos precisando de cuidados clínicos levando o sistema de saúde a um colapso.

Por outro lado, já se comprovou matematicamente que a covid-19 assume um crescimento do tipo exponencial o qual é caracterizado por uma constante de aumento percentual por período de tempo que ao ser multiplicada pela quantidade anterior de casos, gera a quantidade atual. Isto é, à medida em que esse número cresce, aumenta também essa constante de crescimento que faz aumentar ainda mais o número de casos, desse modo, essa quantidade cresce tão rápido que gera a ideia de que é incontrolável.

A partir disso, a matemática comprovou a necessidade do isolamento social, pois cada novo caso acabaria infectando uma grande quantidade de pessoas que por sua vez fariam o mesmo. Isso também concedeu às autoridades um prognóstico da situação nos dias e meses seguintes a depender do número de casos atuais e das medidas adotadas. Isso é fundamental para a tomada de decisões. Além disso, os gráficos, as porcentagens e as suas interpretações também passaram a fazer parte do dia-a-dia das pessoas de forma mais acentuada. Tornou-se clara a importância dessas ferramentas para melhor organização e compreensão dos dados.



A inteligência artificial por sua vez, vem sendo usada no compartilhamento, tratamento e armazenamento das informações, no combate às *fake news* (notícias falsas), na identificação e no combate às aglomerações e etc. Focaremos sobretudo na sua cooperação com o pré-diagnóstico virtual que ocorre por meio de aplicativos, programas e *sites*. No dia 19 de março foi criado pelas *startups* Pixit e Axonn um *site* chamado CoronaBr. Este *site* conta com um enfermeiro virtual, o Pedro, que simula uma consulta médica onde perguntas são feitas, respostas são analisadas e pré-diagnósticos são dados. O *site* que também oferece diversas informações sobre o vírus e os cuidados necessários, já teve 21.884.312 acessos até 27 de novembro dos quais mais de 94% completaram o teste. Outros algoritmos também foram desenvolvidos através da inteligência artificial e têm oferecido 80% de precisão nos diagnósticos. Entretanto vale ressaltar que o pré-diagnóstico virtual não exime a consulta médica.

A partir de 29 de fevereiro passou a ser possível tirar dúvidas sobre a covid-19 com um robô chamado CheckCorona através do número de *whatsapp* +55 16 9 8112-8986. O robô foi programado pelo doutorando Murilo Gazzola do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC da Universidade de São Paulo - USP. Neste mesmo mês, tornou-se possível obter em apenas 20 segundos o diagnóstico da doença por meio de uma tomografia computadorizada dos pulmões, essa técnica também foi desenvolvida a partir da inteligência artificial e tem 96% de eficiência.

A inteligência artificial também tem colaborado significativamente com o combate às *fake news*. Por exemplo, podemos citar o *Grover* criado a partir da inteligência artificial pela Universidade de Washington e pela *Allen Institute for Artificial Intelligence*. O *Grover* conta com 120 *gigabytes* de artigos jornalísticos reais e além disso, ele próprio gera inúmeros textos falsos e com isso consegue com 77% de confiança identificar notícias falsas quando produzidas por outras máquinas ou pessoas e com 92% as suas próprias *fake news*.

Existem ainda diversas contribuições da matemática e da inteligência artificial no combate ao novo coronavírus. É necessário difundi-las com maior ímpeto, pois em primeiro lugar, a informação correta tem salvado vidas e além disso, essas áreas estão perante a rara oportunidade de finalmente receberem da sociedade em geral o mérito que merecem.



5. Considerações Finais

Conforme cogitamos acima, esse cenário provocou na sociedade o beneplácito do quanto a matemática é útil para solucionar problemas reais. É notável o quanto esta ciência tem contribuído para a prevenção de casos de covid-19 através do melhor entendimento de como se dá a sua disseminação. Nota-se também a importância da inteligência artificial que num cenário de pânico pôde oferecer de forma judiciosa às pessoas algo que se assemelhe a uma consulta médica, tranquilizando a muitos e evitando ainda mais aglomerações nos hospitais. Além disso, também é célebre a identificação de notícias falsas frente à pandemia pois, por vezes evita que elas sejam compartilhadas. E por fim, a inteligência artificial tem sido também forte aliada dos médicos oferecendo agilidade e eficiência nos diagnósticos que outrora eram cunatórios. Por essas e outras razões a matemática e a inteligência artificial fazem parte do ferramental dos epidemiologistas.

Referências

Casos de coronavírus no mundo passam de 60 milhões, diz levantamento. **G1**. 25 de novembro de 2020. Disponível em:

<https://g1.globo.com/bemestar/coronavirus/noticia/2020/11/25/casos-de-coronavirus-no-mundo-passam-de-60-milhoes-diz-levantamento.ghml>. Acesso em: 27 nov. 2020.

Desemprego diante da pandemia bate recorde no Brasil em setembro, aponta IBGE. **G1**. 23 de outubro de 2020. Disponível em: <https://g1.globo.com/economia/noticia/2020/10/23/no-de-desempregados-diante-da-pandemia-aumentou-em-34-milhoes-em-cinco-meses-aponta-ibge.ghml>. Acesso em: 27 nov. 2020.

Educação e coronavírus – quais são os impactos da pandemia? 26 de novembro de 2020. Disponível em: <https://sae.digital/educacao-e-coronavirus/>. Acesso em: 27 nov. 2020.

Inteligência artificial aprende a escrever *fake news* para combater fake news. Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 27 nov. 2020.

Modelos matemáticos e inteligência artificial são aliados no combate ao coronavírus. 10 de maio de 2020. Disponível em: <https://www.comciencia.br/modelos-matematicos-e-inteligencia-artificial-sao-aliados-no-combate-ao-coronavirus-mas-tambem-preocupam-em-relacao-as-questoes-de-privacidade/>. Acesso em: 27 nov. 2020.

Mortes e casos de corona vírus nos estados. **G1**. 25 de novembro de 2020. Disponível em: <https://especiais.g1.globo.com/bemestar/coronavirus/estados-brasil-mortes-casos-media-movel/#/>. Acesso em: 27 nov. 2020.



MATEMÁTICA LÚDICA: AS CONTRIBUIÇÕES DE JOGOS MATEMÁTICOS EM SALA DE AULA

Maria Francisca Pereira Bezerra¹

Francisco Santiago de Moraes²

Orientadora: Denise Aparecida Enes Ribeiro³

RESUMO: O seguinte trabalho relata a importância do ensino de matemática por meio de atividades lúdicas e como a aprendizagem ocorre de forma significativa segundo essa dinâmica. Uma perspectiva de enfrentarmos problemas encontrados nas instituições de ensino, sendo o principal, a não aprendizagem dos alunos com aulas tradicionais. Buscando ampliar ainda mais, levando aulas inovadoras para sala de aula envolvendo e buscando a melhor forma possível de processos de ensino/aprendizagem de matemática para os nossos alunos. Usamos pesquisa bibliográfica considerando contribuições de autores que nos possibilitaram entender como o aluno desenvolve o conhecimento sobre atividades lúdicas envolvendo uma aprendizagem criativa e prazerosa. Desta forma conclui-se que as aulas com atividades lúdicas de raciocínio lógico e jogos que estão bem presentes no dia-a-dia dos indivíduos contribuem para o desenvolvimento pessoal e profissional do educando. O intuito é a obtenção de resultados positivos, pois aulas diferenciadas trazem motivação, desempenho do pensamento independente participação efetiva e capacidade de resolver problemas em grupo ou individual. Defende-se neste trabalho que o uso do lúdico como metodologia de trabalho estimula os estudantes no aprendizado, sendo possível serem explorados todos os conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Aprendizagem. Raciocínio Lógico. Lúdico. Matemática.

¹ URCA-Universidade Regional do Cariri, email: dayannebezerra165@gmail.com

² URCA-Universidade Regional do Cariri, email: santiago.morais09@gmail.com

³ URCA-Universidade Regional do Cariri, email: denirriber07@hotmail.com. Mestre em Educação Matemática. Orientadora.



1. Introdução

Buscamos com esse tema discutir a importância de novas metodologias de ensino para uma aprendizagem significativa de forma que os alunos se sintam desafiados. Autores que contribuíram como ALRO; SKOVSMOSE (2010) e OLIVEIRA (2007) e entre outros. A pesquisa feita para indica a necessidade de entender como o aluno aprende com jogos. Almejamos melhor desempenho qualidade de ensino construindo jogos mentais e desenvolvendo atividades dinâmicas e que desenvolvam o raciocínio lógico e uma aprendizagem significativa onde o mesmo aprende buscando informações ou conhecimento prévio, esses conceitos construídos e moldados, facilitando a compreensão de novas bases.

Baseando-nos em Oliveira (2007. P,5), temos que:

Ensinar Matemática é desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. “Nós, como educadores matemáticos, devemos procurar alternativas para aumentar a motivação para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, a organização, a concentração, estimulando a socialização e aumentando as interações do indivíduo com outras pessoas”. (OLIVEIRA, 2007).

Portanto os discentes mediante ao processo investigativo devem buscar suas próprias estratégias de solução, tornando-se os elaboradores de seus conhecimentos, havendo também contato com a sociedade para sua autoconfiança e desempenho.

Como podemos ajudar os discentes em uma aprendizagem lúdica de forma satisfatória e que aprendam, mas com motivação. Então fomos para sala de aula aplicar essas novas metodologias de ensino que estão presentes no próprio cotidiano.

Além disso, cabe ao professor buscar as ferramentas oportunas para atrair a atenção do aluno, despertando nele a vontade de aprender e continuar aprendendo. O presente contexto relata a importância de atividades lúdicas para melhor desempenho dos discentes.



2. Objetivos

Discutir a importância de novas metodologias de ensino para uma aprendizagem significativa de forma que os alunos se sintam desafiados. Mostrar os resultados obtidos na pesquisa realizada e indicando a necessidade de entender como o aluno aprende utilizando o jogo. Propor atividades com jogos para melhorar o desempenho e qualidade de ensino construindo jogos mentais desenvolvendo atividades dinâmicas que tenha raciocínio lógico como batalha naval corrida da Matemática entre outros jogos.

3. Metodologia.

Foram aplicados jogos e trabalhos de caráter lúdico e cunho científico. Elaborados e aplicados jogos matemáticos e dinâmicas buscam desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de concentração e atenção. Dessa forma percebemos que os alunos se interagem e queriam ter uma pontuação melhor que dos seus colegas percebemos que as atividades em grupo estimula ainda, mas a aprendizagem dos discentes.

Deste modo percebemos que podemos transformar que as aulas tradicionais em aulas estimulantes e prazerosas e desafiadoras dessa forma extingam os alunos a uma obtenção de respostas corretas. O estágio no 6º ano com 26 alunos e 7º ano com 30 alunos, com ajuda de outros estagiários tivemos a oportunidade de trazer uma semana com aulas diferenciadas com atividades lúdicas de matemáticas deixando os alunos motivados e curiosos.

Segundo os pensamentos de ALRO; SKOVSMOSE (2010, P.47):

Intenção e ação estão intimamente ligadas, [...]. A intenção da ação está presente na própria ação. O mesmo vale para a aprendizagem. Os alunos não têm que encontrar uma razão para aprender antes de se deixarem envolver na aprendizagem. As intenções têm de estarem presentes no próprio processo de aprendizagem. (ALRO; SKOVSMOSE, 2010).

Portanto os discentes mediante ao processo investigativo devem buscar suas próprias estratégias de solução, tornando-se elaboradores de seus conhecimentos.



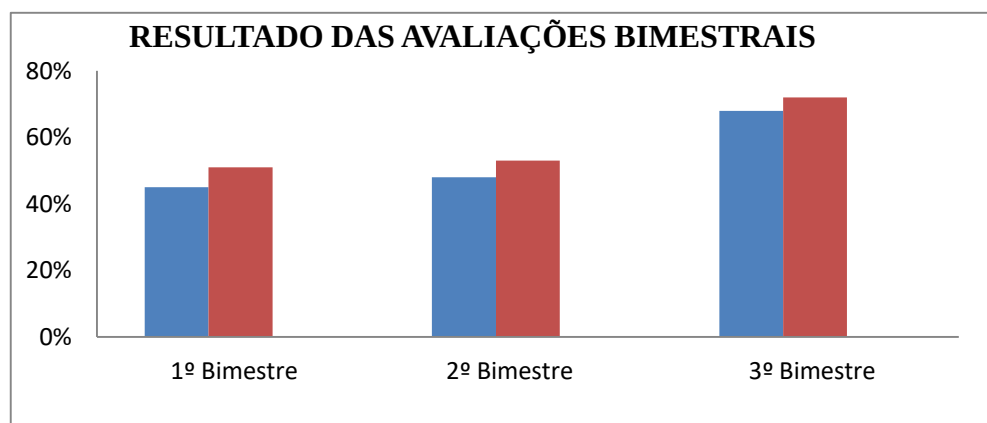
4. Resultados

Nesse trabalho fomos para sala de aula em buscar e esclarecer por que os alunos aprendem como maior facilidade com jogos e atividades lúdicas. Observamos que o rendimento da disciplina de matemática tinha caído muito.

Então observamos aulas durante nosso estágio e pedimos ao professor de matemática permissão para assumirmos as suas aulas de maneira diferente, trazendo no lugar de aulas tradicionais métodos lúdicos com jogos e dinâmicas de raciocínio lógico. Observamos a tabela abaixo de rendimento de matemática do 6º com 26 alunos e 7º ano com 30 alunos da Escola Ossian Alencar Araripe no 1º e 2º bimestre em 2018.

Percebemos que no gráfico primeiro e segundo bimestre houve um crescimento do primeiro bimestre para segundo dos alunos do 6º ano estão na média de 45% e no segundo bimestre passam para 51%, no 7º ano o primeiro bimestre de média 48% passam para 53%. Esses são os resultados antes da semana lúdica, baseamos nesses resultados, para observa-se com a semana lúdica de matemática ouve regresso ou não.

FIGURA 01: Gráfico sobre as Avaliações Bimestrais Azul 6º ano, Vermelho: 7º ano.



Fonte: Maria Francisca (2018)

Observamos que depois da semana de atividade lúdica o professor nos pediu para aplicamos sua avaliação cuja fizemos a a média das turmas do 6º ano teve uma média 68% e o 7º ano obteve uma média 72%. O btiveram resultados positivos, podemos



perceber que houve um crescimento estimulante da aprendizagem dos alunos com apenas uma semana de metodologia lúdica. É importante observar que os métodos utilizados estão realmente tendo resultados satisfatório com os discentes.

Considerações Finais

Neste artigo foram apresentados resultados de um trabalho realizado no ensino fundamental, alunos do sexto e sétimo ano sendo ponto principal desenvolver os conhecimentos matemáticos com atividade lúdicos. O uso do jogo de atividades de raciocínio lógico proporcionando uma metodologia diversificada tornando com as aulas de matemática mais atrativa mais prazerosa, auxiliando na aprendizagem da matemática.

Durante o trabalho pelos alunos demonstraram maior motivação na aprendizagem, assimilando os conteúdos com maior interesse e achando divertido. O trabalho buscou motivar os alunos a pensar, raciocinar, buscar informações e construir seu conhecimento não apenas resolvendo listas de exercício e aplicações de formula.

Destacando também, que o trabalho em grupo favoreceu a trocas de experiências entre os alunos favorecendo a aprendizagem. Observar o que o trabalho desenvolvido com jogos e atividades de raciocínio lógico ofereceu uma metodologia capaz de desenvolver o raciocínio lógico, as habilidades matemáticas e a socialização dos discentes envolvidos.

Referências

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

OLIVEIRA, S. A. **O lúdico como motivação nas aulas de Matemática**. BA, Uneb. Endereço eletrônico: soliveira4@hotmail.com Artigo publicado na edição nº 377, jornal Mundo Jovem, junho de 2007, p. 5.



NORMAS ABNT PARA CONSTRUÇÃO DE TRABALHOS ACADÊMICOS

Veronica Nogueira do Nascimento ¹

RESUMO: A formatação dos trabalhos acadêmicos a partir das Normas ABNT é essencial para a padronização destes no Brasil, promovendo qualidade e contribuindo para a disseminação das produções científicas em todo o país. O presente minicurso tem como objetivo geral proporcionar aos participantes conhecimentos sobre as Normas ABNT para apresentação de trabalhos acadêmicos. A partir deste, pretende-se: identificar as principais dificuldades dos educandos quanto ao uso das Normas; apresentar as principais mudanças ocorridas nas Normas nos últimos cinco anos; e exemplificar o uso das Normas nos diversos trabalhos acadêmicos. O minicurso será realizado em dois encontros de quatro horas cada, em formato de videoconferência, através do aplicativo Google Meet. Será utilizada uma metodologia expositiva-dialógica, com o auxílio de slides para a apresentação dos conteúdos. Saber utilizar as Normas ABNT proporcionará aos discentes um melhor desempenho na construção e apresentação dos seus trabalhos acadêmicos, assim como na propagação destes fora da Universidade através das publicações e divulgações científicas.

Palavras-chave: ABNT. NBR. Trabalhos Acadêmicos.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 10520:** informação e documentação: citações em documentos: apresentação. Rio de Janeiro: ABNT, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 14724:** informação e documentação: trabalhos acadêmicos: apresentação. Rio de Janeiro: ABNT, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6023:** informação e documentação: referências: elaboração. Rio de Janeiro: ABNT, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6024:** informação e documentação: numeração progressiva das seções de um documento: apresentação. Rio de Janeiro: ABNT, 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6027:** informação e documentação: sumário: apresentação. Rio de Janeiro: ABNT, 2012.

¹ Universidade Regional do Cariri – URCA, Mestra em Desenvolvimento Regional Sustentável – UFCA, e-mail: veronykka@gmail.com



O PRINCÍPIO DA INDUÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO BÁSICO

Fernanda dos Santos Rosendo

Universidade Regional do Cariri, fsantrosendo@gmail.com

Ozana da Silva Alencar

Universidade Regional do Cariri, ozana.alencar@urca.br

Lucas Machado Fernandes

Universidade Federal da Paraíba, lucasmachadofernandes2@gmail.com

Andrea Machado Fernandes Aquino

Universidade Federal do Cariri, andreamachado.lp@gmail.com

RESUMO: Um dos grandes desafios da matemática é descobrir e caracterizar padrões recorrentes. Muitos desses padrões são a priori notados pela intuição. Especificamente na matemática a validação de determinados resultados decorre de uma técnica de demonstração chamada indução matemática. Esse método permite provar resultados referentes aos números naturais e apesar de ser um conteúdo abordado prioritariamente no ensino superior, pode também ser explorado ainda no ensino básico, desde que sejam feitas as devidas adaptações. Neste sentido, este trabalho tem por objetivo apresentar o Princípio da Indução Matemática Completa - PIMC, a fim de despertar o interesse de professores da educação básica em explorar a fundamentação do método axiomático permitindo que os discentes solucionem problemas a partir do método estudado ao passo em que se habituem às demonstrações matemáticas. Dentre as aplicações que serão apresentadas se destacam: a soma dos n primeiros números naturais e os problemas: a pizza de Steiner e o encontro da falsa moeda.

Palavras-chave: Princípio da Indução Matemática Completa; Demonstração; Problemas matemáticos; Ensino básico.

1. Introdução

A exploração da aprendizagem indutiva vem sendo fortemente utilizada para o desenvolvimento do aluno no processo de ensino aprendizagem. Nas ciências naturais, por exemplo, a indução empírica possibilita a formulação de leis a partir de um grande número de observações adequadamente selecionadas.

Entretanto, na matemática a validação de um resultado ocorre de forma completamente diferente. Nesse sentido, este estudo apresenta o Princípio da Indução Matemática Completa - PIMC, uma técnica de demonstração explorada no ensino superior mas que

pode ser abordada, de forma adequada, ainda no ensino médio despertando assim o interesse dos alunos pela matemática.

2. Objetivos

Este trabalho objetiva conceituar o Princípio da Indução Matemática Completa, despertando o interesse de professores da educação básica em explorar a fundamentação do método axiomático permitindo aos discentes solucionar problemas matemáticos a partir do comportamento de determinados casos particulares.

3. Metodologia

Por se tratar de um trabalho de matemática pura, a metodologia se resume a pesquisas bibliográficas e resolução de problemas envolvendo a aplicação da técnica de demonstração explorada.

4. Resultados

4.1 Indução matemática

A indução matemática é uma técnica de demonstração utilizada para provar resultados referentes aos números naturais. Em linhas gerais, esse método de prova apresenta-se em duas etapas, a primeira chama-se **base da indução** e nela verificamos a validade de uma dada afirmação para um determinado número natural a . Sendo a primeira etapa satisfeita, devemos supor sua validade para algum natural $k \geq a$ e em seguida provar a validade para seu sucessor $(k + 1)$, a essa etapa damos o nome de **passo da indução**. O cumprimento das duas etapas implica que a afirmação é verdadeira para todo natural maior do que, ou igual a a .

Em sequência apresenta-se o teorema do Princípio da Indução Matemática Completa - PIMC, sua prova pode ser dada facilmente a partir do Princípio da Boa Ordem que assim como (HEFEZ, 2007) enunciaremos a seguir.

Princípio da Boa Ordem: Todo subconjunto não vazio de números naturais contém um elemento mínimo.

É importante destacarmos também que consideraremos o conjunto dos números naturais a partir do número 1, assim $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$.

Teorema 1. *Sejam a um número inteiro e S o conjunto de números naturais maiores do que, ou iguais a a . Se S tem as seguintes propriedades:*

1. $a \in S$;
2. *Se um inteiro $k \geq a$ pertence a S , então $k + 1$ também pertence a S .*

Então, S é o conjunto de todos os naturais maiores do que, ou iguais a a .

Demonstração. Sejam a um número inteiro e S um conjunto de inteiros maiores do que, ou iguais a a tais que: $a \in S$ e se um inteiro $k \geq a$ pertence a S , então $k + 1$ também pertence a S . Suponhamos por absurdo que S não seja o conjunto de todos os naturais

maiores do que, ou iguais a a . Seja S' o conjunto dos números naturais maiores do que, ou iguais a a que não estão em S . Como S' é um conjunto de inteiros positivos limitados inferiormente, pelo Princípio da Boa Ordem, temos que S' possui elemento mínimo. Seja $m = \min S'$. Note que $a < m$ e além disso, $a \leq m - 1 < m$. Logo, $m - 1 \notin S'$ pois, $m - 1 < m = \min S'$. Assim, $m - 1 \in S$. E por hipótese, $m - 1 + 1$ também pertence a S . Daí, $m \in S$. O que é uma contradição. Logo, S é o conjunto de todos os naturais maiores do que, ou iguais a a . $\square$

4.2 Indução matemática e alguns problemas

Abordaremos a seguir alguns problemas matemáticos que possuem uma demonstração dada pela indução matemática e que podem ser facilmente explorados no ensino básico. Todavia, é importante ressaltar que conforme (BURTON, 2016) "*embora a indução matemática forneça uma técnica padrão para a tentativa de provar enunciados sobre os inteiros positivos, uma desvantagem é que ela não ajuda na formulação de tais enunciados*".

Dessa forma, faz-se necessário que o professor ao abordar essas temáticas faça as interferências necessárias para que os alunos compreendam como se dá a propriedade que pretende generalizar. A seguir veremos alguns exemplos de problemas que podem ser trabalhados no ensino médio.

Problema 1. *Prove que a soma dos n primeiros números naturais é*

$$P(n) = \frac{(n+1) \cdot n}{2}.$$

Solução: Para usar o *Teorema 1* vamos primeiramente verificar a base de indução. Perceba que ao tomarmos apenas número 1 a sua soma deve ser 1. De fato, para $n = 1$, temos que a formula é válida pois,

$$P(1) = \frac{(1+1) \cdot 1}{2} = 1.$$

Caso não fique satisfeito basta verificar a expressão para $n = 2$. Esta também é verdadeira, pois,

$$P(2) = \frac{(2+1) \cdot 2}{2} = 3.$$

Admitamos agora que para algum valor $k \in \mathbb{N}$ se tenha $P(k)$ válida, ou seja,

$$P(k) = 1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{(k+1) \cdot k}{2}.$$

Somando $k + 1$ a ambos os lados dessa igualdade temos,

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \dots + k + (k+1) &= \frac{(k+1) \cdot k}{2} + (k+1) \\ &= \frac{(k+1) \cdot k + 2k + 2}{2} \\ &= \frac{(k+1) \cdot k + 2(k+1)}{2} \\ &= \frac{(k+1)(k+2)}{2}, \end{aligned}$$

estabelecendo assim a veracidade de $P(k+1)$. Portanto, a fórmula é válida para todo $n \in \mathbb{N}$.

A seguir exibiremos um problema ficou conhecido como A Pizza de Steiner e foi proposto em 1826, pelo geômetra alemão Jacob Steiner (1796-1863).

Problema 2. *Qual é o número máximo de pedaços em que uma pizza pode ser dividida por n cortes retilíneos?*

Solução: Para resolver este problema faz-se necessário que seja formulada a seguinte expressão matemática:

$$P(n) = \frac{2 + n + n^2}{2}.$$

Usando o método de indução matemática, primeiramente devemos verificar a base de indução. Sabemos que para 1 corte, temos dois pedaços. Dessa forma a expressão é válida, pois para $n = 1$ temos,

$$P(1) = \frac{2 + 1 + 1^2}{2} = 2.$$

Suponhamos agora que para n cortes a fórmula para $P(n)$ seja verdadeira, ou seja, obtemos um número máximo de $P(n) : (2 + n + n^2)/2$ cortes. Mostraremos a seguir que caso seja feito mais um corte a validade dessa expressão também ocorre. Perceba que para obter o número máximo de cortes é necessário que nenhum corte passe por uma interseção de cortes anteriores. (Faça um esboço para sua melhor compreensão). Por outro lado, tendo o $(n + 1)$ -ésimo corte encontrando todos os n cortes anteriores, passamos a ter $n + 1$ novos pedaços: o corte começa em um determinado pedaço e, ao encontrar o primeiro corte, ele separa em dois o pedaço em que está, entrando em outro pedaço. Ao encontrar o segundo corte esse processo novamente se repetido e assim segue-se sucessivamente até encontrar-se o n -ésimo corte separando o último pedaço em que entrar em dois. Dessa forma, são obtidos $n + 1$ pedaços a mais dos que já existiam. Logo,

$$\begin{aligned} P(n + 1) &= P(n) + (n + 1) \\ &= \frac{2 + n + n^2}{2} + (n + 1) \\ &= \frac{2 + n + n^2 + 2n + 2}{2} \\ &= \frac{(n + 1)^2 + (n + 1) + 2}{2}, \end{aligned}$$

mostrando que a fórmula é válida para $n + 1$ cortes.

Por fim, veremos o problema do encontro da falsa moeda:

Problema 3. *Seja um conjunto de 3^n moedas tais que uma delas é falsa, pois é mais leve do que as outras. Nestas condições, é possível descobrir a moeda falsa em n pesagens numa balança de 2 pratos.*

Solução: É fácil ver que para $n = 1$ temos três moedas. Perceba que colocando uma moeda em cada prato e deixando a outra de fora, conseguimos resolver sem dificuldades o problema, uma vez que se os pratos ficam em equilíbrio, a moeda de fora será a falsa, caso contrário, a falsa será naturalmente a que for mais leve. Suponhamos agora que para algum k natural, com k pesagens se possa descobrir a moeda falsa entre 3^k moedas. Considerando 3^{k+1} moedas, basta separa-las em 3 grupos de 3^k moedas cada. Observando que $3^{k+1} = 3^k \cdot 3$ e aplicando o método similar ao caso $n = 1$ descobre-se com uma só

pesagem em qual destes três grupos se encontra a moeda falsa. Dessa forma, pela hipótese de indução, realizam-se então as k pesagens necessárias para se descobrir a moeda falsa que, junto com a pesagem já efetuada, perfazem o total de $k + 1$ pesagens. Logo, por indução, a proposição está demonstrada.

5. Considerações finais

Conforme Immanuel Kant (1724-1804), *“todo conhecimento humano começa com intuições, então passa para os conceitos e termina com ideias”*. É imprescindível que o professor conduza o aluno em cada uma dessas fases visando o seu desenvolvimento pleno. Trabalhar com a indução matemática contribui para uma excelente prática pedagógica pois, a partir dela pode-se trabalhar a lógica matemática além da articulação do pensamento crítico e da elaboração da solução em si. Isso transcende a mera reprodução de fórmulas e métodos práticos e leva o aluno a desenvolver-se plenamente.

Referências

- [1] Burton, D. M. **Teoria Elementar dos Números**. 7 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.
- [2] Hefez, A. **Indução Matemática**. Rio de Janeiro: Universidade Federal Fluminense, 2007.



O TEOREMA DO VALOR INTERMEDIÁRIO E APLICAÇÕES

Ozana da Silva Alencar

Universidade Regional do Cariri, ozana.alencar@urca.br

Fernanda dos Santos Rosendo

Universidade Regional do Cariri, fsantrosendo@gmail.com

RESUMO: Nos cursos de licenciatura em matemática o conceito de continuidade de funções é bastante enfatizado por se tratar de um tópico de suma importância para a formação do futuro professor de matemática. O clássico Teorema do Valor Intermediário (TVI) faz parte desse estudo (e também das disciplinas de Cálculo) e tem sua importância justificada não apenas pelo próprio resultado que traz, mas também pela sua vasta gama de aplicações teóricas e práticas tanto no ensino superior como na demonstração do Teorema Fundamental da Álgebra e do Teorema do Ponto Fixo, quanto no ensino médio no estudo da existência de raízes de uma equação. Diante disso, este trabalho consiste em uma revisão bibliográfica e tem por objetivo apresentar o referido teorema seguido de uma das suas demonstrações e de algumas das suas muitas aplicações. A priori é feita uma abordagem sobre funções contínuas por meio de definições e exemplos para melhor compreensão do tema.

Palavras-chave: Aplicações; Ensino médio; Ensino superior; Funções contínuas; Teorema do valor intermediário.

1. Introdução

Um componente de suma importância na formação de um professor de matemática é a disciplina de análise. Nesta, a noção de continuidade é um tema central que por sua vez conta com uma forte ferramenta: o Teorema do Valor Intermediário. O TVI deve-se ao matemático, teólogo e filósofo tcheco Bernhard Bolzano (1781 - 1848) que no início do século XIX apresentou uma demonstração para este resultado que outrora era usado apenas com base na intuição geométrica. Esse teorema pode ser demonstrado facilmente

a partir de outro resultado do mesmo matemático e assim o faremos aqui.

2. Objetivos

Este trabalho objetiva apresentar uma demonstração do Teorema do Valor Intermediário e algumas aplicações que podem ser trabalhadas no ensino médio e outras no ensino superior.

3. Metodologia

Por se tratar de um trabalho de matemática pura, a metodologia se resume a pesquisas bibliográficas e ao aprofundamento das discussões.

4. Resultados

Segundo (LIMA, 2014): "*A ideia de função contínua é o tema central da topologia*". O Teorema do Valor Intermediário é uma importante ferramenta que compõe este estudo. Sua demonstração pode ser dada facilmente a partir de outro teorema de Bolzano. É o que faremos a seguir, mas antes vejamos a definição de função contínua, a caracterização via limites e alguns exemplos.

Definição 1: Uma função $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua em $a \in X$ quando, para todo $\epsilon > 0$ dado arbitrariamente existir $\delta > 0$ tal que $x \in X$ e $|x - a| < \delta$ impliquem $|f(x) - f(a)| < \epsilon$. Dizemos que $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua quando f for contínua em todos os pontos de X .

Definição 2 (Caracterização via limites): Dizemos que uma função $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua no ponto $a \in X$ quando,

- i) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe, isto é, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$.
- ii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

Exemplo 1: A função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 5x + 3$ é contínua em $x = 1$. De fato, dado $\epsilon > 0$ arbitrário. Supondo que para todo $x \in \mathbb{R}$ se verifique $|x - 1| < \delta$. Agora note que $|f(x) - f(1)| = |5x + 3 - (5 + 3)| = 5|x - 1| < 5\delta$. Assim, para que seja satisfeita a *Definição 1* basta tomar $\delta = \epsilon/5$.

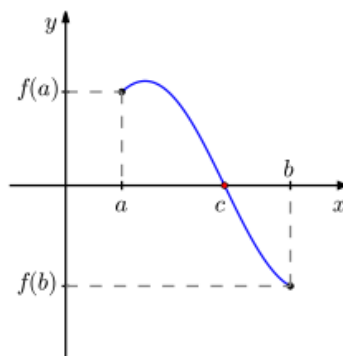
Exemplo 2: A função $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 9 & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x \geq 0 \end{cases},$$

é descontínua em $x = 0$. Com efeito, note que $\lim_{x \rightarrow 0} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 9) = -9$. Enquanto pela definição da função g , $g(0) = 0$. Segue da *Definição 2* que g é descontínua em $x = 0$.

Teorema 1 (Teorema de Bolzano): Seja $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua. Suponha que $f(a)$ e $f(b)$ tenham sinais contrários. Então existe $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$.

Figura 1: Ilustração do *Teorema 1*



Fonte: Google, 2020.

Teorema 2 (Teorema do Valor Intermediário): Seja $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua. Se $f(a) < d < f(b)$ então existe $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = d$.

Demonstração. Considere a função auxiliar $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $g(x) = f(x) - d$ onde $x \in [a, b]$. A função g é contínua, pois é a diferença de funções contínuas. Além disso, $g(a) = f(a) - d < 0$ e $g(b) = f(b) - d > 0$. Assim, pelo teorema anterior existe $c \in (a, b)$ tal que $g(c) = 0$, isto é, $f(c) - d = 0$, ou seja, $f(c) = d$. $\square$

OBSERVAÇÕES:

1. O mesmo resultado vale se for $f(b) < d < f(a)$.
2. Convém ressaltar a importância da hipótese da continuidade da função. Veja no exemplo a seguir que sem ela, a conclusão do TVI não pode ser assegurada.

Exemplo 3: Considere a função $f : [0, 2] \rightarrow [0, 2]$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \in [0, 2] \setminus \{1\} \\ 2 & \text{se } x = 1 \end{cases}.$$

A função f é descontínua, pois é claramente descontínua em $x = 1$. Embora se tenha $f(0) = 0 < 1 < 2 = f(2)$ não existe $c \in (0, 2)$ tal que $f(c) = 1$.

APLICAÇÕES:

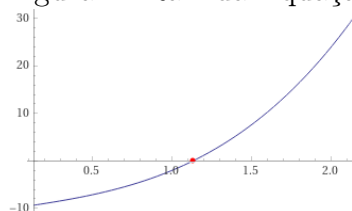
Algumas aplicações deste teorema podem ser trabalhadas até mesmo no ensino médio, oferecendo aos alunos um embasamento mais sólido da matemática e apresentando-lhes

um ambiente onde se notam as aplicações da matemática. Veremos algumas delas a seguir.

Exercício 1: Mostre que a equação $3x^3 + 5x - 10 = 0$ admite pelo menos uma raiz real entre 1 e 2.

Solução: Considere a função $f(x) = 3x^3 + 5x - 10$, a qual é contínua por ser uma função polinomial. Note que $f(1) = -2 < 0 < 24 = f(2)$. Portanto, pelo Teorema de Bolzano, (ou pelo TVI) existe $c \in (1, 2)$ tal que $f(c) = 0$. Isto é, a equação dada tem raiz entre 1 e 2. De fato, $x = 1,1313$ é uma raiz. Veja a ilustração a seguir:

Figura 2: Raiz da Equação



Fonte: Google, 2020.

Exercício 2: Sejam f e g funções contínuas no intervalo $[a, b]$ tais que $f(a) < g(a)$ e $f(b) > g(b)$. Mostre que existe c entre a e b tal que $f(c) = g(c)$.

Solução: Considere a função auxiliar $h(x) = f(x) - g(x)$ a qual é contínua por ser a diferença de funções contínuas. Como $f(a) < g(a)$ e $f(b) > g(b)$ temos $h(a) < 0 < h(b)$. Assim, pelo TVI existe $c \in (a, b)$ tal que $h(c) = 0$, isto é, $f(c) = g(c)$.

Exercício 3: Seja $f : [1, 1] \rightarrow [1, 1]$ uma função contínua. Prove que existe $c \in (1, 1)$ tal que $f(c) = 1 - c$.

Exercício 4: Seja $f : [-2, 0] \rightarrow [0, 4]$ uma função contínua. Mostre que existe $c \in (-2, 0)$ tal que $f(c) = c^2$.

Soluções: Para resolver os exercícios acima, basta considerar as funções auxiliares $h_1(x) = 1 - x - f(x)$ e $h_2(x) = x^2 - f(x)$ respectivamente, e proceder como no *Exercício 2*.

Existem também aplicações menos triviais, as quais podem ser trabalhadas em cursos de graduação que são por exemplo, os corolários do TVI. Vejamos alguns a seguir.

Corolário 1: Seja f uma função contínua em um intervalo onde é sempre não nula. Então f é sempre positiva ou sempre negativa.

Demonstração. Vamos provar por contrapositiva. Suponha que f é uma função contínua em um intervalo no qual muda de sinal. Assim, existem a e b no domínio D_f de f tais que $f(a) < 0$ e $f(b) > 0$. Podemos supor sem perda de generalidade que $a < b$ e assim notamos que f é contínua em $[a, b] \subset D_f$. Além disso, como $f(a) < 0 < f(b)$ segue que $0 \in (f(a), f(b))$. Logo, podemos usar o TVI para garantir que existe $c \in (a, b)$

tal que $f(c) = 0$. Contradizendo a hipótese de que f é sempre não nula. Isso prova o resultado. $\square$

Corolário 2: Seja $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua num intervalo I . Se $a < b$ pertencem a I e $f(a) < d < f(b)$, então existe $c \in I$ tal que $f(c) = d$.

Demonstração. Note que, como f é contínua em I pelas condições dadas para a e b podemos garantir que f é contínua em $[a, b]$ e podemos aplicar o TVI garantindo assim a existência de $c \in I$ satisfazendo $f(c) = d$. $\square$

Corolário 3: Seja $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua num intervalo I . Então $f(I)$ é um intervalo.

Demonstração. A função f pode ser ilimitada tanto inferior quanto superiormente, mas mesmo assim usemos uma notação simbólica e denotemos $\alpha = \inf f(x)$ e $\beta = \sup f(x)$ com $x \in I$. Observe que $f(I)$ é de fato um intervalo e mais, os seus extremos são α e β . De fato, dado y tal que $\alpha < y < \beta$ pelas definições de ínfimo e supremo (ou pela definição de conjunto limitado se for este o caso de $f(I)$) temos que existem a e b em I tais que $f(a) < y < f(b)$. Daí, pelo TVI existe $x \in (a, b)$ tal que $f(x) = y$. Isso prova que $f(I)$ é um intervalo. $\square$

As demonstrações dos resultados a seguir podem ser encontradas em (ELON, 2014).

Corolário 4: Todo polinômio real $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ de grau ímpar (isto é, $a_n \neq 0$ e n ímpar) possui uma raiz real.

Corolário 5: Seja $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua injetiva, definida num intervalo I . Então f é monótona, sua imagem $J = f(I)$ é um intervalo e sua inversa $f^{-1} : J \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua.

5. Considerações Finais

Ainda há muito que reverberar sobre este vasto assunto, mas pelo exposto já se pode notar que o TVI é de fato um resultado surpreendente do qual decorrem muitas aplicações práticas e teóricas que podem ser exploradas tanto no ensino básico quanto no superior.

Referências

- Ávila, G. **Análise matemática para licenciatura**. São Paulo: Edgard Blücher, 2001.
- Lima, E. L. **Curso de análise**. 14 ed. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Projeto Euclides, v. 1, 2014.



O USO DO *GOOGLE FORMS* NA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES GAMIFICADAS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Jeferson da Silva Gomes ¹

Weriton João de Sousa ²

Elisângela Alves de Lima ³

Cicefran Souza de Carvalho ⁴

RESUMO: Durante muito tempo se concebeu que a aprendizagem estava ligada diretamente ao sacrifício, a dor e ao sofrimento. Porém, na última década, autores como PRENSKY (2012, P. 575) afirmam que é possível gerar aprendizagem com alegria, prazer e diversão. Nesse sentido, os jogos e a gamificação se tornam espaços lúdicos de aprendizagem e que podem contribuir para o ensino da Matemática. O minicurso proposto tem o intuito de oportunizar aos professores das várias áreas do conhecimento o contato com a gamificação através das plataformas digitais.

O público alvo deste trabalho são os professores que atuam no ensino básico e médio, alunos de graduação e pós-graduação que estejam interessados em novas estratégias de ensino com foco na motivação dos alunos e de como ela pode ser potencializada com a utilização das tecnologias digitais, em especial o *Google Forms* e como é possível utilizar essa Plataforma específica para estes fins. Como resultado, espera-se que os professores se sintam capacitados para propor atividades gamificadas nas suas aulas. No cenário educacional, por exemplo, a gamificação são utilizados como metodologias ativas pelo fato de possibilitar aos alunos uma participação ativa e autônoma.

RECH (2016, p. 41) afirma que, as metodologias ativas se destacam na forma de desenvolver o processo de aprender, utilizando experiências reais ou simuladas, visando às condições de solucionar, com sucesso, desafios advindos das atividades essenciais da prática social, em diferentes contextos.

Como metodologia, se conceituara o que é gamificação e os elementos necessários para uma atividade gamificada; interação com um modelo da utilização do *Google Forms* para a criação da atividade gamificada. Preenchimento do Canvas da Gamificação e se espera que, ao final do minicurso, os cursistas compreendam o que é a gamificação e suas potencialidades para educação, como também se sintam capacitados para desenvolver atividades gamificadas utilizando o *Google Forms*.

¹ Universidade Regional do Cariri (URCA), e-mail: jeferson.silva08.jsg@urca.br

² Universidade Regional do Cariri (URCA), e-mail: weritonjoao33@gmail.com

³ Universidade Regional do Cariri (URCA), e-mail: elannyaraujo2@gmail.com

⁴ Orientador. Universidade Regional do Cariri (URCA), e-mail: cicefran.carvalho@urca.br



Palavras-chave: *Google Forms. Gamificação. Matemática.*

Referências

PRENSKY, M.. **Aprendizagem baseada em jogos digitais**. SENAC, São Paulo, p. 575, 2012.

RECH, G. A. Metodologias ativas na formação continuada de professores de Matemática, 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) - Programa de PósGraduação Stricto Sensu em Ensino de Ciências Exatas, UNIVATES, Lajeado, 2016.



Os Benefícios do Xadrez Como Ferramenta Pedagógica no processo de Ensino - Aprendizagem em Meio a Pandemia:

O Xadrez no Processo de Formação

Aires Francisco Ribeiro¹

Kaique Carvalho da Silva²

Aparecido Lacerda da Silva³

Prof.^a. Ms. Denise Ap. Enes Ribeiro⁴

Resumo

O presente estudo objetivou apontar os benefícios do xadrez como ferramenta pedagógica complementar no processo de ensino-aprendizagem dos alunos da escola Senador Dirceu Mendes Arcoverde do município de Caldeirão Grande do Piauí em meio à pandemia da covid-19. O eixo norteador da pesquisa foi descobrir se o xadrez é de fato um importante aliado ao processo de ensino-aprendizagem do aluno. O referido estudo teve caráter exploratório e descritivo com a combinação de métodos quantitativos e qualitativos, através de pesquisa bibliográfica, documental e de campo. Os dados foram obtidos mediante aplicação de questionários, tendo como sujeitos da pesquisa uma amostragem de vinte alunos do 7º e 9º ano do Ensino Fundamental II e dois profissionais que trabalham na escola e professores e coordenadores pedagógicos. Os principais autores utilizados para fundamentar a pesquisa foram: Sá (1988), Rezende (2005), dentre outros. Foi possível entender que o xadrez é uma excelente ferramenta que veio somar com as demais disciplinas curriculares. A inclusão do xadrez na grade curricular da escola agrega inúmeros benefícios para o desenvolvimento das habilidades cognitivas dos alunos. Os alunos afirmam que gostam de jogar xadrez e ressaltam que a prática do jogo desenvolve a concentração e a paciência. Fator ratificado pela equipe docente quando afirma que a implantação do xadrez na grade curricular da escola foi bastante assertiva, pois é notório o desenvolvimento e evolução da concentração na maioria dos alunos, além de outras habilidades que o ato de jogar desenvolve.

Palavras-chaves: Xadrez Pedagógico. Jogo xadrez. Atividade Lúdica.

1 Introdução

O xadrez, a partir da análise de sua complexidade, pode ser interpretado dos mais diferentes pontos de vista: como um desafio a ser conquistado, o qual requer certa dose de raciocínio e esforço pessoal, a maneira que a partida se desenrola com todos os seus detalhes e

¹Universidade Regional do cariri, email: airesdantas321@gmail.com

²Universidade Regional do cariri, email: kaiqueseedart@gmail.com

³Universidade Regional do cariri, email: aparecidoxa.j@gmail.com

⁴Universidade Regional do cariri, email: denise.ribeiro@urca.com

lances planejados com certa imaginação criando uma atmosfera de beleza impar semelhante a uma obra de arte (Piaget, 1977). Neste aspecto o xadrez tem objetivo educativo e recreativo.

Com o advento das novas tecnologias e as práticas educacionais cada vez mais modernas, as escolas em meio à pandemia aumentaram a necessidade de buscar atividades lúdicas que contribuem para melhorar a capacidade intelectual e psíquica dos estudantes, fator comprovado por especialistas na área.

O xadrez ajuda nas disciplinas, especialmente na matemática, pois, desperta o raciocínio rápido, mas de maneira geral, é fundamental para poder jogar, saber as técnicas adequadas para aplicar na vida, ajudando a manter a atenção na atividade que está sendo feita, sem dispensar ou desviar o pensamento. Desta forma foi observado na troca de informações com professores de outras disciplinas que existe uma carência no raciocínio lógico que atinge os estudantes do 7º e 9º ano do colégio Senador Dirceu Mendes Arcoverde.

Assim, o presente estudo buscou identificar as contribuições dessa atividade para o processo de aprendizagem, utilizando o xadrez como um instrumento pedagógico para os educando de forma intensiva fazendo com que o xadrez se torne um exercício eficaz e se torne uma prática regular, buscando sua interação com a coletividade. Diante do exposto, objetivou-se apontar os benefícios do xadrez como ferramenta pedagógica complementar no processo de ensino-aprendizagem dos alunos da escola Senador Dirceu Mendes Arcoverde. Para tanto, buscou-se responder ao seguinte questionamento orientador do estudo: o xadrez configura-se um importante aliado ao processo de ensino-aprendizagem do aluno?

Partindo dessa pergunta norteadora, a pesquisa se propôs a investigar os benefícios que a prática do xadrez nas escolas poderá trazer ao discente diante das novas tecnologias e ferramentas educacionais para o desdobramento dos eixos temáticos, traçaram-se pontos a serem seguidos para construção deste trabalho: descrever a história do xadrez até os dias atuais; sua aplicabilidade no âmbito escolar; e a importância pedagógica do xadrez e os benefícios de jogar xadrez.

Participaram da pesquisa dois profissionais que trabalham na escola e professores e coordenadores pedagógicos e 20 alunos do 7º e 9º ano do ensino fundamental. Optou-se por utilizar questionários com perguntas de múltiplas escolhas, para os alunos e questionário aberto para equipe docente. Para tanto, decidiu-se por uma pesquisa de cunho qualitativo, por se tratar de um tipo de pesquisa no qual, o pesquisador tem contato com o grupo ou indivíduos a serem estudados.

Do ponto de vista social e acadêmico, o presente estudo se configura relevante e de interesse intelectual por que ressaltam a importância do xadrez no âmbito escolar, seus

benefícios na forma da produção de conhecimentos científicos, haja vista que conduz á obtenção de novos conhecimentos neste tema no âmbito pedagógico.

2 Objetivos

O xadrez como ferramenta pedagógica, pode dar um grande auxílio para os professores em vários aspectos, como no desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, desenvolver habilidades de observação, reflexão, análise e síntese, compreensão e seleção dos problemas pela análise do contexto geral. O presente estudo visa identificar os benefícios do uso do xadrez como ferramenta pedagógica para complementar o processo de ensino-aprendizagem.

3 Metodologia

O referido estudo teve caráter exploratório e descritivo com a combinação de métodos quantitativos e qualitativos, através de pesquisa bibliográfica, documental e de campo. Tendo como ambiente de pesquisa a escola senador Dirceu Mendes Arcoverde, no município de Caldeirão Grande, PI. Quanto á proposta pedagógica, a escola tem como referência a concepção do conhecimento enquanto processo de construção a partir da interação entre o sujeito e o objeto de aprendizagem. Nela se preconiza a pedagogia sociointeracionista por entender que se trata de grande eficácia no processo de construção do saber.

Utilizou-se a pesquisa de base qualitativa, no qual o pesquisador tem um contato direto com o grupo ou individuo a ser estudado e, após a coleta, os dados são interpretados e não quantificados, tornando, assim, uma pesquisa mais detalhada e com certeza dos dados obtidos. Participaram da pesquisa uma amostragem de vinte alunos do 7º e 9º ano do ensino fundamental II tendo em vista que esses alunos vivenciam as aulas de xadrez desde o 4º ano do ensino fundamental I.

Utilizou-se um questionário contendo sete perguntas com opções de múltiplas escolhas, sendo uma das perguntas aberta, o qual foi aplicado individualmente dentre os alunos selecionados. E dois profissionais que trabalham na escola e professores e coordenadores pedagógicos, um dos critérios de escolha foi priorizar professores que trabalham em sala de aula com a disciplina de matemática e que acompanham essas turmas de alunos desde 4º ano do ensino fundamental I e a coordenação pedagógica por que acompanha de perto o trabalho entre professor e aluno.

Na análise de dados deste estudo adotou-se o procedimento da pesquisa qualitativa, primeiramente, realizando uma leitura dos dados coletados buscando as conexões entre as opções marcadas por cada entrevistado. Os questionários abertos foram analisados da mesma forma: sendo feita uma leitura, interpretação e comparação das respostas, pontos em comum e divergente.

4 Resultados e Discussão

Participaram da pesquisa vinte alunos de faixa etária 8 e 13 anos que cursam o 7º e 9º ano ensino fundamental. Optou-se por utilizar questionários com perguntas fechadas, abertas de base qualitativa com traços quantitativos. Escolheram-se alunos que cursam 7º e 9º ano do ensino fundamental pelo fato desses alunos já terem acesso as aulas de xadrez desde o 4º ano do ensino fundamental I. Identificar a partir de qual idade o aluno começou a jogar xadrez é relevante tendo em vista que os resultados quanto ao bom desempenho deste aluno são mais visíveis, fator que pode ser observado tanto no âmbito intelectual quanto comportamental do aluno.

Ao ser perguntado ao grupo pesquisado acerca de onde é com quem aprendeu xadrez a maioria afirmou que foi na própria escola, fator não muito diferente quando lhes é perguntado quem foi o professor que os ensinou, apenas quatro aluno pesquisados do universo dos vinte alunos pesquisados mencionaram que aprenderam com outro professor.

Ao ser perguntado aos alunos pesquisados se os mesmo gostam de jogar xadrez, 85% responderam que sim, apenas 15% afirmam que não gostam desta modalidade de jogo, a partir do momento em que se descobre que a maioria dos alunos gosta de jogar xadrez, é pertinente verificar por que é bom jogar xadrez; quatorze alunos, o que corresponde a 70%, ao ler as opções no questionário aplicado concordam que jogando xadrez, o aluno aprende a ser disciplinado, paciente, que esta modalidade de jogo facilita o aprendizado de outras matérias; quatro alunos marcaram que é bom jogar xadrez por que faz novos amigos, é um divertimento e um excelente passatempo, dois alunos responderam que a prática do xadrez é muito importante, pois trabalha o raciocínio lógico e a concentração.

Ao ser perguntado que mudanças descobriram após iniciar a pratica do xadrez, obtiveram-se as seguintes respostas, 60% dos alunos responderam desenvolveu a minha concentração tirou notas melhores, 20% dos alunos responderam que aumentou a concentração e 12% dos alunos responderam melhorei meu raciocínio lógico, concentração e

paciência e 8% dos alunos responderam fiquei mais paciente e com mais vontade de aprender e com melhor raciocínio.

De acordo com Rezende (2005), o jogo de xadrez é um esporte que possui mecanismos que contribuem para o desenvolvimento das funções cerebrais, dentre elas a atenção, concentração o julgamento, planejamento, imaginação, antecipação, memória, análise de situações problemas e a criatividade.

5 Considerações Finais

Cada vez mais a modalidade xadrez vem ganhando destaque nas instituições de ensino, fator comprovado e largamente debatido por especialistas da área e que nas suas pesquisas ressaltam os benefícios que essa prática milenar trabalhada de maneira pedagógica tem contribuído para o caráter formativo sobre a personalidade dos jovens em idade escolar.

Desta forma, o xadrez escolar configura-se cada vez mais objeto de discussão acerca da sua inclusão nas escolas. Os profissionais da área da educação buscam fomentar a possibilidade da implantação do xadrez nas escolas.

Para ressaltar a importância do xadrez nas escolas, é preciso pensar no bem-estar psicológico que a prática do jogo pode proporcionar, tendo em vista que os jovens gostam de ser desafiados em seu desenvolvimento, são características culturais e educacionais que podem ser ressaltadas em defesa do xadrez como uma importante ferramenta a mais no currículo escolar.

Referências

Academia de xadrez. Disponível em: <http://www.academiadexadrez.com.br/xadrez-escolar.htm>. Acessado em 21.11.20

PIAGET, J. **O Julgamento Moral na Criança**. São Paulo: Mestre Jou, 1977.

REZENDE, S. **Xadrez pré-escolar: uma abordagem pedagógica**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2005.

SÁ, A. V. M. **O xadrez e a educação: experiências nas escolas primárias e secundárias da França**. Rio de Janeiro, 1998.



REFLEXÕES SOBRE A MONITORIA DE ENSINO NA DISCIPLINA DE INTRODUÇÃO À CIÊNCIA DOS COMPUTADORES

Sabrina Bento Pereira ¹

Francisco Ronald Feitosa Moraes ²

RESUMO: Este trabalho de cunho qualitativo buscou verificar a contribuição das ações da Monitoria de Ensino no processo de aprendizagem dos estudantes da disciplina de Introdução à Ciência dos Computadores (ICC), no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Regional do Cariri – URCA, Campus de Campos Sales, desenvolvida no período de aulas remotas durante o ano de 2020, bem como na formação docente do estudante-monitor. Utilizamos um questionário composto por cinco questões para compreender, minimamente, a influência das ações da monitoria na aprendizagem dos estudantes da disciplina de ICC. Observamos que os estudantes consideraram a monitoria como importante ação de auxílio para a aprendizagem no âmbito acadêmico, tanto para estes quanto para a iniciação à aprendizagem da docência pelo estudante-monitor.

Palavras-chave: Monitoria. Iniciação à docência. Ensino. Aprendizagem.

1. Introdução

A monitoria acadêmica é considerada uma categoria de ensino e de aprendizagem que consiste em um exercício pedagógico, configurando-se como uma oportunidade para o estudante desenvolver práticas inerentes à docência, envolvendo planejamento, organização e execução da atividade docente, permitindo ao estudante/monitor uma experiência que alia teoria e prática, proporcionando crescimento pessoal e profissional.

Nesse sentido, nos propomos a refletir sobre uma experiência de monitoria na disciplina de Introdução à Ciência dos Computadores - ICC, do Curso de Matemática, da Universidade Regional do Cariri (URCA), campus de Campos Sales, realizada durante o semestre 2019.2, em meio à situação pandêmica vivida neste ano de 2020, e analisar suas contribuições para a ampliação do processo de aprendizagem dos estudantes e do monitor.

¹ Universidade Regional do Cariri (URCA), e-mail: saabrinabentoo@gmail.com

² Universidade Regional do Cariri (URCA), e-mail: ronaldmoraes@ymail.com



Para isso, iniciamos discutindo aspectos fundamentais da disciplina de ICC para a formação do professor de Matemática a partir da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017) que orienta aos professores a realizarem atividades que contemplem o desenvolvimento do pensamento computacional em toda a Educação Básica. Na sequência, apresentamos as ações de monitoria desenvolvidas na disciplina, fortalecidos pelas ideias de Frison e Moraes (2010), Lins (2008) e Moraes (2016), ao analisar as concepções dos estudantes a respeito da monitoria de ensino.

1.1 A monitoria na disciplina de Introdução à Ciência dos Computadores (ICC)

A disciplina de ICC é ofertada no 1º período do Curso de Matemática, com carga horária de 72 horas, e composta por conhecimentos como, informática, internet e Lógica de Programação. Além da aprendizagem técnica, o estudo dessas ferramentas deve permitir a articulação entre estes temas para o exercício à docência.

Na BNCC (BRASIL, 2017), encontramos o encaminhamento de desenvolvimento de competências e habilidades de compreensão e uso de TDIC em práticas sociais, relacionadas ao uso crítico e responsável das tecnologias conforme a competência geral 5,

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2017, p. 7)

Nesse sentido, os estudantes da disciplina de ICC devem ser orientados para que consigam utilizar a tecnologia de forma consciente, crítica, formadora e responsável no ambiente escolar e em situações cotidianas, as quais contribuirão para o aperfeiçoamento do seu desempenho profissional.

2. Objetivos

Compreender como a monitoria de ensino pode cooperar com a ampliação do processo de ensino e de aprendizagem dos estudantes na disciplina de ICC.



3. Metodologia

Esta pesquisa de cunho qualitativo (BOGDAN; BICKLEN, 1994), foi realizada por meio de um questionário composto por cinco questões, disponibilizado através da ferramenta Google Forms, para avaliar, minimamente, a contribuição da monitoria para o processo de aprendizagem da turma de ICC composta por 05 estudantes, indicados por A, B, C, D e E.

4. Resultados

O questionário abordou, inicialmente, se os estudantes tiveram dificuldades de acesso às ferramentas tecnológicas necessárias para acessar as atividades da disciplina. Os estudantes A, B e C disseram que não tiveram dificuldades para acessar as atividades disponibilizadas pelo professor, já os estudantes D e E responderam que encontraram dificuldades.

Caso a resposta dada à questão anterior fosse afirmativa, na pergunta seguinte, os estudantes deveriam justificar de que forma a falta de alguma das ferramentas interferiu em sua aprendizagem. Os estudantes D e E que responderam com sim, afirmaram que foi devido à falta de acesso a internet.

As atividades da disciplina eram disponibilizadas por uma plataforma virtual, neste período o acesso à internet era necessário para assistir aulas, baixar e acessar as atividades, isso reforça como a falta de internet interferiu na aprendizagem efetiva da disciplina.

A pergunta seguinte solicitou o ponto de vista dos estudantes a respeito do projeto de monitoria. As respostas dos estudantes foram,

Sempre bom ter a monitoria, pra ajudar a tirar dúvidas, ou ajudar quando o professor não puder! (A, 2020).

Ótimo. Assim além do professor que tem uma demanda grande, os alunos têm o monitor que já é uma segunda pessoa pra ajudar em algum conteúdo! (B, 2020).

Muito bom para ajudar ter uma interação entre os alunos (C, 2020).

É bom (D, 2020).

Bom, é um auxílio importante para os alunos (E, 2020).

De acordo com Lins (2008, p.34), “através da monitoria é construída uma relação de ajuda entre o monitor e o professor”, tornando-a uma atividade acadêmica complementar, de desenvolvimento do aluno-monitor com o apoio do docente, participação ativamente no processo de aprendizagem dos demais estudantes.



Dessa forma, a monitoria traz benefícios para o estudante-monitor, o professor e os estudantes da disciplina, promovendo um maior nível de aprendizagem, compartilhamento de conhecimento, poder tirar dúvidas e sentirem-se mais à vontade para aprender com o colega.

Na sequência, questionamos aos estudantes se o projeto de monitoria realizado na disciplina contribuiu para sua aprendizagem no período de aulas remotas e de que forma. Os estudantes responderam que,

Quando temos dúvidas, ela [a monitora] nos auxilia. (A, 2020).

Com certeza. Na retirada de algumas dúvidas (B, 2020).

Não, não tive muita dificuldade na disciplina (C, 2020).

Poucas vezes eu acessei o conteúdo das aulas, por que eu não tinha internet (D, 2020).

Sim, boa ajuda. Tendo em vista os repasses de informações e orientações com a disciplina (E, 2020).

Podemos observar que os estudantes deram ênfase ao trabalho do monitor afirmando ter sido um auxílio importante para sua aprendizagem no período das aulas remotas.

Depois, indagamos aos estudantes se o monitor desempenhou adequadamente seu papel de acompanhamento e orientação das atividades realizadas pela turma. O estudante A, respondeu “Com certeza”, os estudantes B, C, D e E disseram que “Sim, adequadamente”.

Segundo Frison e Moraes (2010, p. 145) “a monitoria compreende uma estratégia de apoio ao ensino em que estudantes mais adiantados nos programas de formação acadêmica colaboram nos processos de apropriação do conhecimento de seus colegas”. Assim, o trabalho eficaz do monitor, contribui significativamente para a aprendizagem dos estudantes.

Por meio das respostas dos estudantes, compreendemos que o projeto de monitoria, de forma geral, cumpriu como seu objetivo de cooperar com a ampliação do processo de aprendizagem dos estudantes na disciplina de ICC, promovendo estudos e ações necessárias para a melhoria da formação destes futuros professores de Matemática.

Assentamos nossas ideias nas afirmações de Moraes (2016, p. 54) ao ressaltar que,

A formação docente representa um processo de construção e de (re)avaliação da essencialidade do “ser professor”, ao tempo em que explicita, também, uma atitude dialética de (re)leituras e (des)construções da prática pedagógica, o que permite perceber o docente no (re)dimensionamento das formas de ser e fazer-se professor, na efetivação das atividades educacionais.



Neste sentido, entendemos que a formação docente vai além de um acúmulo de conhecimentos científicos específicos, e, os projetos de monitoria auxiliam a construção da formação profissional docente, ampliando os conhecimentos dos futuros professores para uma atuação que valoriza os diferentes saberes docentes necessários para ensinar.

5. Considerações Finais

A experiência da monitoria permitiu ao estudante-monitor executar atividades no âmbito da aprendizagem da docência, vivenciando experiências de contribuição para o processo de aprendizagem dos estudantes, bem como no desenvolvimento de habilidades para a atuação docente, mostrando a importância do conhecimento teórico e prático computacional para a formação dos futuros professores de Matemática.

Entendemos, portanto, a partir dos depoimentos dos estudantes, que o valor formativo da monitoria está, sobretudo, no investimento de cada estudante no seu próprio conhecimento e, também, nos benefícios ofertados pelo acompanhamento da monitoria.

Referências

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. 3ª vers. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em: 28 set. 2020.

FRISON, Lourdes M. B.; MORAES, Márcia A. C. de. As práticas de Monitoria como possibilitadoras dos processos de autorregulação das aprendizagens discentes. **Revista Poiesis Pedagógica**, Goiás: UFG, v.8, n.2, pp.144-158, ago/dez. 2010. Disponível em: <https://www.revistas.ufg.br/poiesis/article/view/14064>. Acesso em: 20 set. 2020.

LINS, Daniel. **Ser Monitor**. Faculdade Maurício de Nassau, Recife, 2008. Disponível em: <http://www.mauricionassau.com.br/institucionais/faculdade/index.php?artigo/listar/215>. Acesso em: 25 set. 2020.

MORAES, F. Ronald F. **História de vida e formação docente**: o estágio supervisionado no Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Regional do Cariri-URCA. 2016. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2016.



SABERES DOCENTES E METODOLOGIAS ATIVAS: UMA REFLEXÃO NECESSÁRIA

Rita Celiane Alves Feitosa¹

Sâmia Maria Lima dos Santos²

RESUMO: A intensa expansão das tecnologias digitais no séc. XXI, sob diferentes espaços e contextos invadiu, também, o campo educacional. Essas mudanças convidam o docente para uma posição crítica em relação a tecnologia, informação e conhecimento como construções de saberes necessários. O trabalho docente é uma atividade eminentemente social e constitui o exercício profissional do professor. Assim, é necessário o desenvolvimento de diversas competências que servem de base para o desempenho da prática pedagógica, entre elas, práticas pedagógicas por meio de metodologias ativas. Por esse viés, o trabalho teve como objetivo geral analisar a contribuição dos saberes docentes para o desenvolvimento de práticas pedagógicas por meio de metodologias ativas na sociedade da informação e do conhecimento. A pesquisa é de natureza qualitativa e se deu por meio da análise bibliográfica. O levantamento bibliográfico examinou a produção acadêmica que trata do uso das metodologias ativas e da construção dos saberes docentes. Fundamentam o presente estudo os seguintes autores: Azzi (2012), Nóvoa (2009), Rodrigues (2016), Bacich; Moran (2018) e Tardif (2014). Os resultados parciais do estudo põem em evidência a relação uníssona existente entre os saberes docentes construídos no decorrer da profissão, oriundos das experiências individuais e profissionais dos professores, e a escolha de metodologias de ensino. Nesse sentido, saberes docentes fundamentados em um ideário de educação crítica e emancipatória, em que o processo de ensino é concebido como uma atividade conjunta do professor e do aluno, contribuem significativamente para orientar o professor no desenvolvimento de práticas pedagógicas fazendo uso de metodologias ativas e inovadoras.

Palavras-chave: Saberes docentes. Metodologias ativas. Formação Docente.

1. Introdução

O trabalho docente é uma atividade eminentemente social e constitui o exercício profissional do professor. Assim, é necessário o desenvolvimento de diversas competências que servem de base para o desempenho da prática educativa, entre elas, práticas pedagógicas por meio de metodologias ativas.

¹ Professora do Curso de Matemática da URCA de Campos Sales-CE. E-mail: rita.feitosa@urca.br

² Professora do Curso de Matemática da Universidade Regional do Cariri – URCA/ UDCS. E-mail: samalisantos@gmail.com



A intensa expansão das tecnologias digitais no séc. XXI, sob diferentes espaços e contextos, também invadiu o campo educacional. Essas mudanças convidam o docente para uma posição crítica em relação a tecnologia, informação e conhecimento como construções de saberes necessários.

Na construção dos saberes, o professor, concomitantemente, também constrói gradativamente a sua identidade, esta, por sua vez, não é um dado imutável e nem pode ser adquirida, mas se configura como um processo de construção do sujeito historicamente situado.

As experiências profissionais e as de ordem pessoal se confundem no processo de construção da identidade do professor, enquanto profissional e ao mesmo tempo um ser social. Nesse sentido, o professor é uma pessoa e seu papel enquanto professor, ocupa um papel importante no processo educacional (NÓVOA, 2009).

No atual contexto, o campo da docência vem enfrentando momentos conturbados em que a função social da universidade, da escola e do professor vem sendo alvo de ataques que sustentam uma concepção instrumental da prática educativa e que acabam incidindo sobre as práticas pedagógicas e reforçando abordagens tradicionais de ensino centradas no professor e na passividade do aluno, acentuando, ainda mais, as lacunas ainda não superadas no campo da formação docente, especialmente a inicial.

Buscando a superação do cenário exposto, faz-se fundamental a reflexão sobre a necessidade do uso de metodologias ativas, na prática pedagógica, associadas aos saberes mobilizados pelo professor no seu cotidiano, visto que, a escolha das metodologias utilizadas na prática pedagógica vai ao encontro dos saberes que fundamentam tal prática.

O saber pedagógico é aquele que o professor constrói no cotidiano de seu trabalho e que orienta sua prática docente, é o saber que possibilita ao professor interagir com seus alunos na sala de aula e no contexto da escola onde atua. A ação docente é, ao mesmo tempo, expressão desse saber pedagógico construído e fonte de seu desenvolvimento (AZZI, 2012).

O presente estudo justifica-se mediante a necessidade de mais trabalhos que busquem compreender, de forma mais aprofundada, como os desdobramentos de um processo de ensino e aprendizagem, desenvolvido por meio de metodologias ativas e orientadas pelos “saberes plurais” dos professores, podem contribuir para a construção de uma educação



enquanto um ato político em que o professor e o aluno se constituem como sujeitos capazes de participarem ativamente da vida social em uma sociedade em constante transformação.

2. Objetivos

Geral: Analisar a contribuição dos saberes docentes para o desenvolvimento de práticas pedagógicas por meio de metodologias ativas na sociedade da informação e do conhecimento.

Específicos:

- Contribuir para a reflexão crítica acerca da relação uníssona existente entre saberes docentes e escolhas de metodologias de ensino;
- Compreender práticas pedagógicas por meio de metodologias ativas;
- Perceber a relevância da metodologia ativa como fonte de construção de saber docente.

3. Metodologia

A pesquisa é de natureza qualitativa e se deu por meio da análise bibliográfica. O levantamento bibliográfico examinou a produção acadêmica que trata do uso das metodologias ativas e da construção dos saberes docentes. Fundamentam o presente estudo os seguintes autores: Azzi (2012), Nóvoa (2009), Rodrigues (2016), Bacich; Moran (2018) e Tardif (2014). Contando com uma revisão integrativa da literatura foi utilizada a base de dados SCIELO e documentos oficiais do Ministério da Educação. Para a busca dos artigos, aplicaram-se os descritores em Ciências da Educação DeCs: TDIC, Metodologias Ativas, Saberes docentes, Formação Docente.

4. Resultados

Os saberes produzidos e mobilizados pelos docentes são “plurais”, “temporais” e “existenciais” e estão intimamente relacionados com o contexto em que foram produzidos.



São “plurais”, porque são oriundos de naturezas diversas, provém de variadas fontes sociais. São “temporais”, porque se desenvolvem no decorrer de um contínuum no exercício da profissão, isto é, não são estáticos, mas, sim, recriam-se sempre quando necessário, mediante as práticas profissionais vivenciadas pelos professores no decorrer da carreira. São “existenciais”, pois o professor é também a pessoa e como tal possui uma trajetória de vida, permeada de valores, crenças e certezas que repercutem na sua atuação profissional e na relação que estabelece com seus alunos (TARDIF, 2014).

Os resultados parciais do presente estudo indicam que, a metodologia ativa propõe uma proposta de processo de ensino-aprendizagem em que o professor assume o papel de mediador e não de detentor do conhecimento, assumindo os alunos essa posição e despertando nos mesmos a motivação para aprender. Uma proposta em que a defesa do domínio ativo dos conhecimentos converge com os ideais de uma educação emancipatória e crítica-reflexiva que contribua para a transformação da sociedade (BACICH; MORAN, 2018).

Para tanto, faz-se necessário um processo formativo que reconheça o professor como produtor de saberes, capaz de refletir criticamente sobre a sua prática, buscando transformá-la. Um processo formativo que possibilite a construção de saberes docentes que alicerçam um projeto de uma sociedade crítica e emancipada e que orientem o professor nas escolhas metodológicas que vão ao encontro do ideal de educação para a transformação da sociedade.

Nesse sentido, faz-se fundamental a criação de espaços coletivos de produção da aprendizagem docente, que possibilite a elaboração/reelaboração/ressignificação dos saberes pedagógicos expressos na prática docente e, ao mesmo tempo, fonte de desenvolvimento da mesma (RODRIGUES, 2016).

5. Conclusão

O estudo põe em evidência a relação uníssona existente entre os saberes docentes construídos no decorrer da profissão, oriundos das experiências individuais e profissionais dos professores, e a escolha de metodologias de ensino. Nesse sentido, saberes docentes fundamentados em um ideário de educação crítica e emancipatória, em que o processo de ensino é concebido como uma atividade conjunta do professor e do aluno, contribuem



significativamente para orientar o professor no desenvolvimento de práticas pedagógicas fazendo uso de metodologias ativas e inovadoras.

Nesse sentido, faz-se necessário a união de esforços coletivos em defesa do direito a uma formação docente compromissada com a transformação da sociedade, um processo formativo que garanta o direito de os próprios professores manifestarem suas ideias a respeito da sua formação profissional fundamentada no “saber plural”.

Referências

AZZI, Sandra. Trabalho docente: autonomia didática e construção do saber pedagógico. In: PIMENTA, Selma Garrido (Org.). **Saberes pedagógicos e atividade docente**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2012, p. 35-60.

BACICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

NÓVOA, Antônio. **Professores**: imagens do futuro presente. Lisboa: Educa, 2009.

RODRIGUES, Cícera Sineide Dantas. **Tessituras da racionalidade pedagógica na docência universitária**: narrativas de professores formadores. 259 fl. 2016. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós Graduação em Educação. Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2016. Disponível em: http://www.uece.br/ppge/wp-content/uploads/sites/29/2019/06/Tese_CICERA-SINEIDE-DANTAS-RODRIGUES.pdf. Acesso em: 20 out. 2020.

TARDIF, Maurice. **Saberes Docentes e Formação Profissional**. 16. ed. Petrópolis (RJ): Vozes, 2014.



SABERES DOCENTES E O ENSINO DE LIBRAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: PROPOSTAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA AO ALUNO SURDO.

Gécica Coelho do Nascimento Oliveira ¹

Sâmia Maria Lima dos Santos ²

RESUMO: A atividade docente é eminentemente social e constitui o exercício profissional do professor. Assim, são necessários diversos saberes que servem de base para o desempenho da prática educativa. Na construção dos saberes, o professor concomitantemente também constrói gradativamente a sua identidade, esta, por sua vez, não é um dado imutável e nem pode ser adquirida, mas se configura como um processo de construção do sujeito historicamente situado. As experiências profissionais e as de ordem pessoal se confundem no processo de construção da identidade do professor, enquanto profissional e ao mesmo tempo um ser social. No atual contexto, o campo da docência vem enfrentando momentos conturbados em que a função social da universidade, da escola e do professor vem sendo alvo de ataques que sustentam uma concepção instrumental da prática educativa, acentuando, ainda mais, as lacunas ainda não superadas no campo da formação docente, especialmente a inicial. Nesse sentido, faz-se necessário a união de esforços coletivos em defesa do direito a uma formação docente compromissada com a transformação da sociedade, um processo formativo que garanta o direito de os próprios professores manifestarem suas ideias a respeito da sua formação profissional fundamentada no “saber plural”. Os professores precisam estar preparados para o desafio do ensinar, e essa preparação começa na formação inicial e perpassa por toda sua atuação na docência, impulsionando constantes atualizações que é o que se caracteriza como formação continuada. O ensino é uma mobilização de diversos saberes que juntos compõem um leque de possibilidades, onde pode subsidiar ao professor em momentos distintos e fornecer conhecimentos específicos para responder as exigências do ensino na sua prática. Um desses saberes está relacionado a inclusão, que ainda aparece como um desafio para o professor e para a escola. Dessa maneira, se faz necessário que o professor tenha em sua formação inicial conhecimentos básicos sobre o tema, conheça estratégias viáveis para auxiliar no processo de inclusão de alunos com deficiência. O processo inclusivo ainda é desafiante, requer repensar sua organização dentro da escola e oferecer subsídios para esses alunos e formações para os professores. Para tanto, na formação inicial, é oferecido algumas disciplinas que contribuem para auxiliar esses professores, a exemplo temos a disciplina de Língua Brasileira de Sinais- Libras, que é obrigatória nos cursos de formação de professores. A Libras, é o meio mais adequado para se pensar em uma melhor inserção desse aluno. Pois a mesma, é uma língua visual e o surdo apreende suas experiências pela visão. Quando nos referimos ao ensino de Matemática para o aluno surdo, é necessário usar materiais concretos, adaptando sua língua natural, ou seja a Libras. É nessa perspectiva, que sentimo-nos

¹ Universidade Regional do Cariri - URCA, e-mail: gecica.coelho@urca.br

² Universidade Regional do Cariri - URCA, e-mail: samalisantos@gmail.com



instigadas em desenvolver uma proposta de minicurso que tem como objetivo geral proporcionar a construção de conhecimentos acerca dos saberes necessários à docência, especialmente os da personalidade, a partir do exercício de reflexão coletiva, tendo em vista a formação de um (a) educador(a) comprometido(a) social e politicamente com o seu fazer docente. Como objetivos específicos, esperamos: Possibilitar o acesso a estratégias para o ensino de matemática ao aluno surdo; refletir sobre as estratégias e recursos visuais no processo de ensino e aprendizagem de Matemática para o aluno surdo. O minicurso será organizado em duas etapas, distribuídas em dois dias. Na primeira etapa, será apresentada, de forma expositiva e dialógica, a base teórica da temática em questão. Na segunda etapa, será realizado um momento de compartilhamento de estratégias para o ensino da Libras ao aluno surdo, com enfoque no ensino de Matemática. Nesse momento serão apresentadas propostas de atividades didáticas adaptadas ao ensino desse aluno.

Palavras-chave: Saberes docentes. Formação. Libras. Aluno surdo.

Referências

KARNOPP, Lodenir Becker. Língua de Sinais e Língua Portuguesa: em busca de um diálogo. In: LODI, Ana Claudia B. et al. (org). **Letramento e Minorias**. Porto Alegre: Editora mediação, 2013.

MACHADO, Rosângela. **Educação inclusiva: revisar e refazer a cultura escolar**. In: MANTOAN, Maria Teresa Égler (Org.) O desafio das diferenças nas escolas. Petrópolis: RJ: Vozes, 2008.

NÓVOA, Antônio. **Professores: Imagens do Futuro Presente**. Lisboa: Educa, 2009.

SANTOS, Lara Ferreira dos.; CAMPOS, Mariana de Lima Isaac Leandro. **O Ensino de Libras para futuros professores da Educação Básica**. IN: LACERDA, C. B. F.; SANTOS, L. F. **Tenho um aluno surdo, e agora?** Introdução à Libras e educação de surdos. São Paulo: EdUFSCar, 2018.

TARDIF, Maurice. **Saberes Docentes e Formação Profissional**. 16 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.



SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O USO DA ENGENHARIA DIDÁTICA ARTICULADA À TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Paulo Vitor da Silva Santiago ¹

Francisco Régis Vieira Alves ²

RESUMO: O presente trabalho tem como objetivo elaborar e propor uma sequência didática que contemple o conteúdo de Geometria, no contexto de Olimpíadas de Matemática, com o uso do software GeoGebra como metodologia de ensino para o professor. Sendo assim, utilizamos como metodologia os autores que defendem a introdução da sequência didática de ensino, assim como cada conteúdo deve ser preparado de acordo com as particularidades dos estudantes que nela estão inseridas, como é o caso das duas fases didáticas da Engenharia Didática de Michèle Artigue (2014), para uso das quatro etapas propostas na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (2008). Nos resultados apresenta-se os dados sobre a necessidade de utilização de ferramenta digital pelo professor e nas disciplinas que os alunos tem maior resistência em compreender, e como aconteceu a análise desses. Vislumbramos, nas considerações finais, onde se realiza uma análise de todo o contexto do trabalho a fim de mostrar uma forma de preparação para os alunos em eventuais avaliações internas e externas da escola.

Palavras-chave: Sequência Didática. GeoGebra. Matemática. Ensino. Geometria.

1. Introdução

Com o desenvolvimento da tecnologia, em especial com surgimento da internet, foram surgindo novas competências e habilidades dos sujeitos, tendo em vista a atuação em ambientes escolares marcados pelo uso de aulas práticas inovadoras, que podem ser modificadas de acordo com a realidade e necessidade de cada escola, turma e aluno. Na contemporaneidade, podemos perceber que o letramento digital está incluso em vários ambientes escolares, com o apoio do professor no uso de hipertextos, jogos, multimídias, entre outros recursos.

Sob esse viés, é oportuno comentar sobre a competição externa, realizada nas escolas públicas e privadas da rede de ensino do Brasil, com o propósito de estímulo na disciplina de matemática, como melhoria na capacidade científica através da motivação, ter a oportunidade

¹ Universidade Feral do Ceará, e-mail: pvitor60@hotmail.com

² Instituto Federal do Ceará, e-mail: fregis@ifce.edu.br



de aplicar suas habilidades nas disciplinas e melhorar o sistema de ensino incentivando os professores a buscarem e aperfeiçoarem novos recursos para enriquecerem suas aulas.

Nesse sentido, compreende-se que os professores possam construir situações didáticas, fundamentadas em metodologias de pesquisa e ensino, e apoiadas por uma tecnologia digital que possibilite a percepção visual, de forma a auxiliar com a aprendizagem do aluno e fornecer um apoio ao professor. Conforme Artigue (2014, p. 471) aponta que:

Podem estar associadas a escolhas curriculares relacionadas ao conteúdo em jogo e às práticas de ensino, às características curriculares mais gerais relativas ao ensino da disciplina, os recursos (tecnológicos) acessíveis, as práticas de avaliação e à organização da escola. Elas também podem estar ligadas às características dos alunos e professores envolvidos, à maneira como a escola está conectada com o ambiente.

Vale destacar, no entanto, que o professor deve elaborar e analisar uma sequência didática de situações-problema, nas quais representam a seleção de questões abertas e/ou fechadas, assim, envolvendo um campo amplo de problemas colocados em um ou vários saberes e conhecimentos. Tais situações devem “organizadas de forma a conceder ao discente a capacidade de agir, se expressar, raciocinar e progredir por iniciativa própria, apoderando-se, desta maneira, de novos conhecimentos” (ALMOULOU, 2007).

Diante disso, observa a necessidade do uso do *software* GeoGebra, como recurso tecnológico didático, para a visualização da figura geométrica, inserida na questão, escolhida para compor uma situação didática. Portanto, na visualização da figura geométrica, por meio do programa, “além de promover a intuição geométrica, auxilia na redução da abstração dos conceitos matemáticos” (PAIVA E ALVES, 2018, p. 72).

Conforme Brousseau (2008), o professor deverá ter o controle da situação didática, “prevendo inclusive a conduta do estudante diante do problema matemático proposto e quais medidas deverão ser adotadas, sempre na intenção de modificar o sistema de conhecimento do aluno, configurando assim o uso de uma interação didática”. O autor afirma que o processo didático não deve restringir apenas à conduta da aula do professor, mas, é possível considerar as relações do aluno com o meio didático.

Visando isso, ressaltamos a importância das variadas metodologias de aprendizagem/ensino para melhoria do conhecimento, identificando metodologias trabalhadas nas aulas de matemática e analisando dentro dessas metodologias a contribuição de melhoria



do ensino.

2. Objetivos

Portanto, observa-se que o objetivo geral para essa atividade em sala de aula apresenta a construção e aplicação de situações didáticas, diante de situações-problema, pois é possível minimizar as dificuldades de aprendizagem e servir de aporte ao professor de matemática.

Para tal objetivo específico, mostrou-se a importância da união de conteúdos e aplicação dos pressupostos das duas primeiras fases da Engenharia Didática (como metodologia de pesquisa), com a Teoria das Situações Didáticas (em complementaridade com outros conceitos teóricos) e com o *software* GeoGebra (como recurso tecnológico educacional), que venham a ser necessário para o aprimoramento do ensino da matemática e inovar na maneira de lecionar.

3. Metodologia

A metodologia para esta atividade se dará de modo processual, com grupos interativos sobre a temática aplicada em sala de aula. Em seguida, apresentação do *software* GeoGebra e instruções sobre seus comandos básicos. Após, divisão dos alunos por equipe, será realizado a entrega de uma questão problema retirado da Canguru de Matemática Brasil (2018), para discussões de resolução a serem construídos no programa e encerramento do momento com considerações.

É importante salientar que conforme o planejamento do docente, esta sequência didática pode ser aplicada em uma única turma ou várias turmas, tornando a aula mais dinâmica e interessante. Por fim, o professor poderá analisar os resultados e realizar intervenções com as dificuldades por aluno ou turma.

4. Resultados

Primeiramente, realizamos uma atividade de ativação dos conhecimentos prévios, tendo em vista conhecer que as formas geométricas já estão presentes na rotina de vida dos alunos, é possível perceber o interesse dos estudantes ao desenvolver a situação problema da questão, correlacionando aos conceitos escritos com a prática matemática.

Com isso, podemos trabalhar questões envolvendo uma situação didática (SD), seguindo as fases dialéticas da Teoria das Situações Didáticas (TSD), descrevendo os



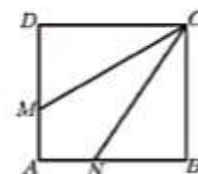
procedimentos dos alunos na proposta didática. O *software* GeoGebra será utilizado para auxiliar no pensamento intuitivo do aluno.

A proposta foi disponibilizar o site com as ferramentas, acessórios, download e trabalhos necessários, para que os alunos percebessem as especificidades da plataforma GeoGebra. Depois disso, todos os participantes tem recebimento da questão problema do site da Canguru de Matemática Brasil, exposto na Figura 2.

Figura 1 – Questão 10 de nível C da Canguru de Matemática

10. Os lados do quadrado $ABCD$ medem 3 cm. Os pontos M e N estão sobre os lados AD e BC de modo que os segmentos CM e CN dividem o quadrado em três figuras de áreas iguais. Qual é a medida do segmento DM ?

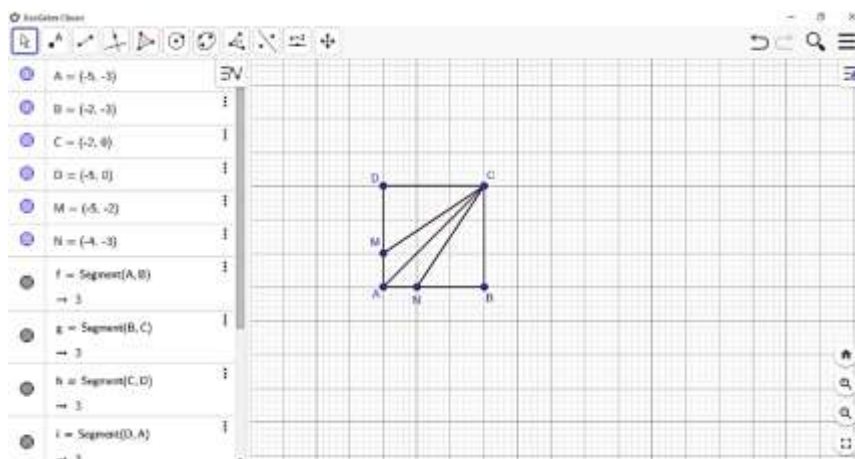
- (A) 0,5 cm (B) 1 cm (C) 1,5 cm (D) 2 cm (E) 2,5 cm



Fonte: Canguru (2020).

Nesta etapa, os alunos terão uma proximidade com a descrição do problema de olimpíada, como também com a sua transferência para o *software*, para que isso ocorra o conhecimento prévio da construção da SD. Almeja-se que os estudantes incrementem um método de resposta fundamentada em seus conhecimentos preliminares em matemática e na situação didática ofertada, conforme procedimento de solucionar a questão proposta.

Figura 2 - Desenvolvimento no Geogebra da SD



Fonte: Elaborado pelos autores.



Nesta última etapa, destacamos a importância das duas fases didáticas da Engenharia Didática, que são Análise Prévia e Análise à *Priori*, para uso das quatro etapas propostas na Teoria das Situações Didáticas: ação, formulação, validação e institucionalização para construção resolutive da questão, no qual, possui um caráter didático, notado que além do professor ter uma função ativa, ocorre um diálogo dele, do aluno e do saber.

5. Considerações Finais

Conclui-se, neste trabalho, uma argumentação dos elementos que possam vir a contribuir na formação continua do professor na prática docente em matemática. Para tanto foi abordada uma situação didática, com problema voltado para Olimpíada, uma vez que a Geometria é um tema pertinente em tal competição.

Portanto, cabe aos docentes e a escola pensar sobre esses desafios que fazem parte do ensino escolar e tentar buscar alternativas de contribuição na melhoria da qualidade do ensino e aprendizagem de matemática na preparação de avaliações internas e externas..

Referências

ALMOULOU, S. Ag. (2007). **Fundamentos da didática da matemática**. Editora UFPR, Paraná. Brasil.

ARTIGUE, M. (2014). **Perspectives on design research**: the case of didactical engineering. Approaches to qualitative research in mathematics education, 467-496.

CANGURU. Canguru de Matemática Brasil. **Nível C**. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1wsU2VSH4MpzP0Akiinste3veLCe0_pSo/view>. Acesso em: 14 out. 2020.

GEOGEBRA. Geogebra. **Download**. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/download>>. Acesso em: 14 out. 2020.

PAIVA, A.; ALVES, F. R. V. (2018). **Utilização do GeoGebra como auxílio no ensino de curvatura de curvas planas e espaciais**. Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo, 7, 65-79.



TÉCNICAS ELEMENTARES DE DEMONSTRAÇÃO MATEMÁTICA

Ozana da Silva Alencar¹

Fernanda dos Santos Rosendo²

RESUMO: Durante boa parte de um curso de licenciatura ou bacharelado em matemática, é dada grande ênfase aos enunciados e demonstrações de resultados, sejam eles lemas, teoremas ou corolários. Isso porque a matemática é uma ciência que busca notar e formalizar padrões de diversas dimensões que com alguma frequência se repetem. A matemática se fundamenta na argumentação lógica a qual é capaz de provar a validade das informações com as quais trabalha. É imprescindível que durante esse processo de formação o aluno se aproprie desse conhecimento, que saiba interpretar cada tipo de estrutura que forma as proposições, consiga identificar qual a melhor técnica de demonstração a ser usada e principalmente, que seja capaz de fazê-la. Este minicurso tem por objetivo apresentar aos participantes alguns dos tipos mais comuns de demonstração, que são eles: a prova direta, por contrapositiva, por absurdo, por indução e por casos. Além da discussão sobre cada técnica, serão apresentados exemplos práticos de cada uma. Feito isso, os participantes serão levados a refletir sobre alguns exercícios, pois segundo (ELON, 2014) é nessa etapa que são desfeitos os mal-entendidos, o conteúdo é fixado na mente, a necessidade das hipóteses torna-se mais clara e a validade das argumentações ganha aceitação.

Palavras-chave: Demonstração; Lógica; Matemática.

Referências

- ÁVILA, G. **Análise matemática para licenciatura**. São Paulo: Edgard Blücher, 2001.
- LIMA, E. L. **Curso de análise**. 14 ed. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Projeto Euclides, v. 1, 2014.
- SOARES, Flavia. **A lógica matemática no cotidiano e a lógica na matemática**. Rio de Janeiro, 2004.

¹Universidade Regional do Cariri, ozana.alencar@urca.br

² Universidade Regional do Cariri, fsantrosendo@gmail.com



Uma fórmula para quadrados mágicos de ordem ímpar

João Paulo de Araújo Souza¹

Raimundo Gilson Pinheiro de Oliveira²

Renan Fernandes de Moraes³

RESUMO: Os quadrados mágicos figuram em um seletivo grupo da matemática aplicada que são bem difundidos na sociedade. Apesar de muitos conhecê-los, poucos são aqueles que conhecem algum dos métodos de solução para tal e menos ainda são os que conseguem justificar ou garantir a validade do método. Dito isso, a proposta deste minicurso é apresentar uma fórmula relativamente simples que gera quadrados mágicos de ordem ímpar e demonstrar que ela é realmente válida. Dessa forma, iniciaremos o minicurso com uma breve introdução sobre quadrados mágicos, apresentaremos a fórmula e usaremos algumas propriedades de aritmética modular para demonstrá-la. A título de curiosidade, segue a fórmula.

$$a_{i,j} = 1 + [(i + 2j - 2) \bmod n] + n \cdot \left[\left(i + j + \frac{n-3}{2} \right) \bmod n \right]$$

Palavras-chave: Aritmética. Fórmula. Quadrado mágico.

Referências

- [1] HEFEZ, A. **Aritmética**. Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2016.
- [2] LIMA, E. L. et al. **A Matemática do Ensino Médio** vol. 3. 7a edição. Coleção Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2016.
- [3] UKO, L. U.; SINCLAIR, J. L. **A simple formula for de la Loubère's magic square method**. Math. Scientist 38, p. 1-6 (2013). Disponível em : http://www.appliedprobability.org/data/files/TMS%20articles/38_1_1.pdf. Acesso em: 17 nov. 2020.

¹ Instituto Federal da Paraíba - IFPB, e-mail: paulo.souza@ifpb.edu.br

² Secretaria de Educação do Ceará – SEDUC/CE, e-mail: rgpoliveira@hotmail.com

³ Instituto Federal do Sertão Pernambucano - IFSPE, e-mail: renan.fernandes@ifsertao-pe.edu.br



XADREZ PEDAGÓGICO COMO FORMA DE MELHORAR AS COMPETÊNCIAS E HABILIDADES NA MATEMÁTICA E EM OUTRAS ÁREAS DO CONHECIMENTO

SALES, Pedro Lucas da Silva ¹

CARVALHO, Cicefran Souza ²

OLIVEIRA, Laene Augusto ³

CARVALHO, Renata Maria Magalhães Augusto de ⁴

O xadrez pode ser utilizado como ferramenta pedagógica uma vez que estimula o desenvolvimento de habilidades, como, o raciocínio lógico, criatividade e concentração dos seus praticantes e, portanto, pode ser utilizado como ferramenta a mais no desenvolvimento no processo de ensino e de aprendizagem dos alunos.

Além de uma ferramenta pedagógica com um extenso potencial, este jogo tende a despertar em seus praticantes habilidades que proporcionam uma melhora na memória, prega o cumprimento de regras, estimula a paciência, além de ensinar a lidar com o sentimento de perda. Os praticantes de xadrez tendem a ter uma melhora da concentração, da resolução de problemas, da leitura e consequentemente do rendimento escolar.

O xadrez é um jogo matemático, lúdico, onde existem inúmeras possibilidades de movimentos, de acertos, erros e cada movimento possuem suas coordenadas que levarão o jogador a refletir qual será a melhor forma de realizar um novo movimento.

Este trabalho tem como justificativa a necessidade de melhorar o processo de aprendizagem dos discentes através da melhoria de concentração; leitura e interpretação dos problemas para consequentemente resolvê-los e tem como objetivo o de mostrar a importância do Xadrez para a melhoria dessas variáveis e consequentemente do rendimento escolar dos alunos.

Inicialmente, será feita apresentação das peças e do tabuleiro, seguido da movimentação das e como ocorre a captura das peças. Posteriormente serão repassadas regras relacionadas a uma partida de xadrez e como se chegar ao xeque-mate onde, inclusive far-se-á algumas partidas de exibição. Serão abordados ainda os três princípios de uma partida de xadrez: a abertura; o meio e o fim da partida e a importância de cada uma das etapas.

Espera-se que, ao final deste minicurso, os participantes possam utilizar o xadrez como uma ferramenta pedagógica e metodológica dentro da sala de aula para melhorar o raciocínio lógico e dedutivo dos seus alunos, bem como a concentração e o rendimento escolar.

Palavras-chave: Xadrez. Resolução de problemas. Jogo Lúdico.

Referências

OLIVEIRA, Thiago Jesus de. O xadrez como alternativa pedagógica no âmbito escolar. *Educação Pública*, v. 19, nº 20, 10 de setembro de 2019. Disponível em:

¹ Aluno do Curso de Matemática da URCA/UD Campos Sales: autor@porexemplo.com

² Professor do Curso de Matemática da URCA/UD Campos Sales, e-mail: cicefran.carvalho@urca.br

³ Professora da Secretaria de Educação Básica do Estado do Cear-a - Coordenadoria Regional de Educação (CREDE 18), laenneaugusto@gmail.com

⁴ Professora da Secretaria de Educação Básica do Estado do Cear-a - Coordenadoria Regional de Educação (CREDE 18), laenneaugusto@gmail.com



<<https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/19/20/o-xadrez-como-alternativa-pedagogica-no-ambito-escolar>>. Acesso em: 16 nov. 2020.